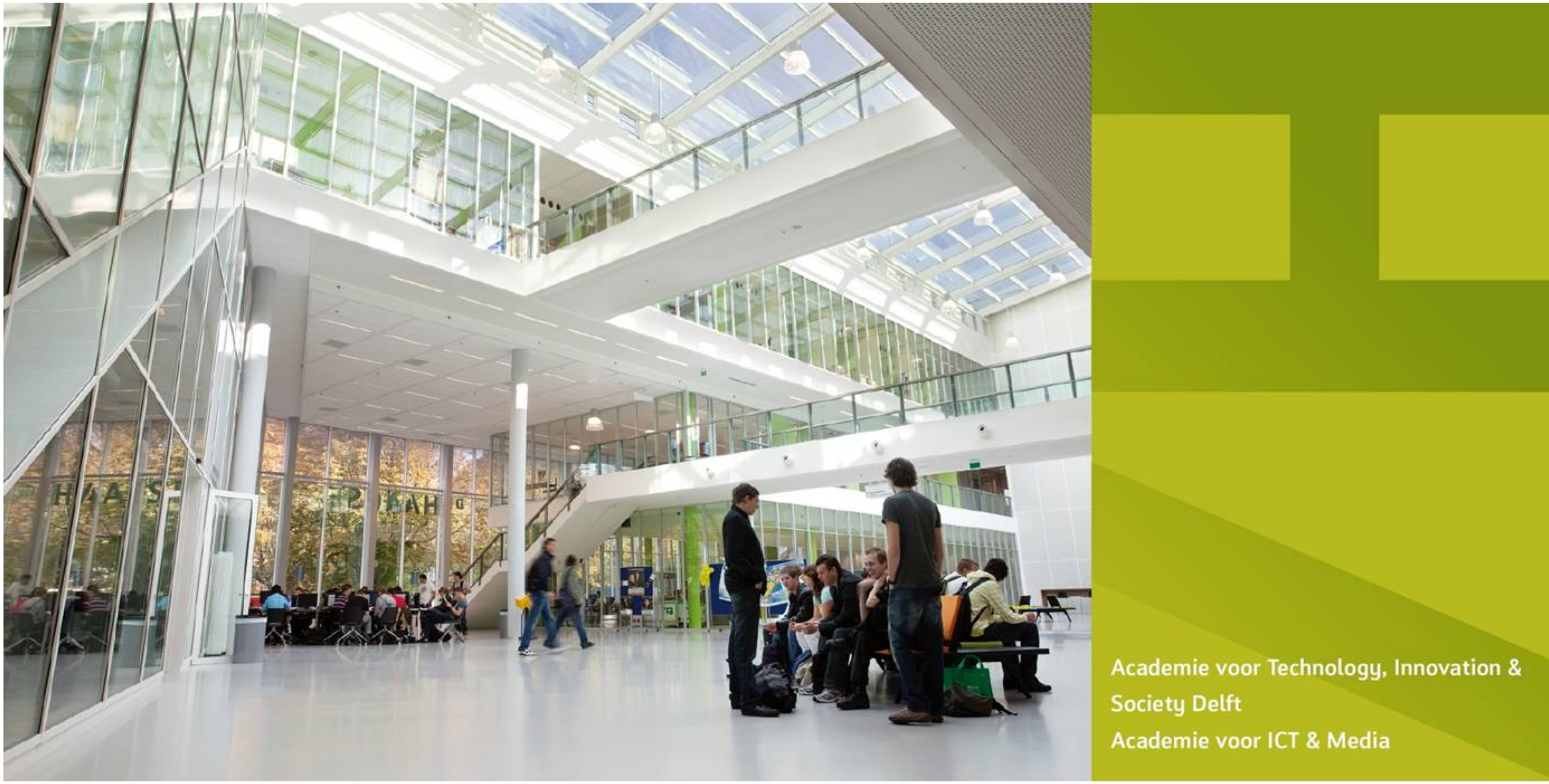


Inleiding Digitale Techniek

Week 1 – Poorten, vereenvoudigen, dualiteit, De Morgan

Jesse op den Brouw

INLDIG/2018-2019

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Gebeurtenissen in de digitale techniek

Jaar	Naam	Gebeurtenis/uitvinding
1623	Schickard	Eerste mechanisch apparaat voor optellen en aftrekken
1673	Leibniz	Mechanisch apparaat voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen
1804	Jacquard	Weefgetouw met ponskaartbesturing
1833	Babbage	Difference Engine
1854	Boole	Verhandeling over logica
1890	Hollerith	Ponskaartverwerking volkstelling VS
1906	De Forest	Vacuumbuis
1918	Scherbius	Enigma codeermachine

Gebeurtenissen in de digitale techniek

Jaar	Naam	Gebeurtenis/uitvinding
1936	Turing*)	Turing-machine
1937	Shannon*)	Theoretische verhandeling digitaal ontwerpen
1939	Atanasoff e.a.	Eerste elektronische computer
1941	Zuse	Eerste elektronische computer (binair)
1946	Eckert e.a.	ENIAC
1948	Shockley e.a.	Transistor
1951	IBM	Eerste generatie computers (buizen)
1959	IBM	Tweede generatie computers (transistoren)
1960	Kilby e.a.	Eerste IC

*) http://en.wikipedia.org/wiki/Alan_Turing

http://en.wikipedia.org/wiki/Claude_Shannon

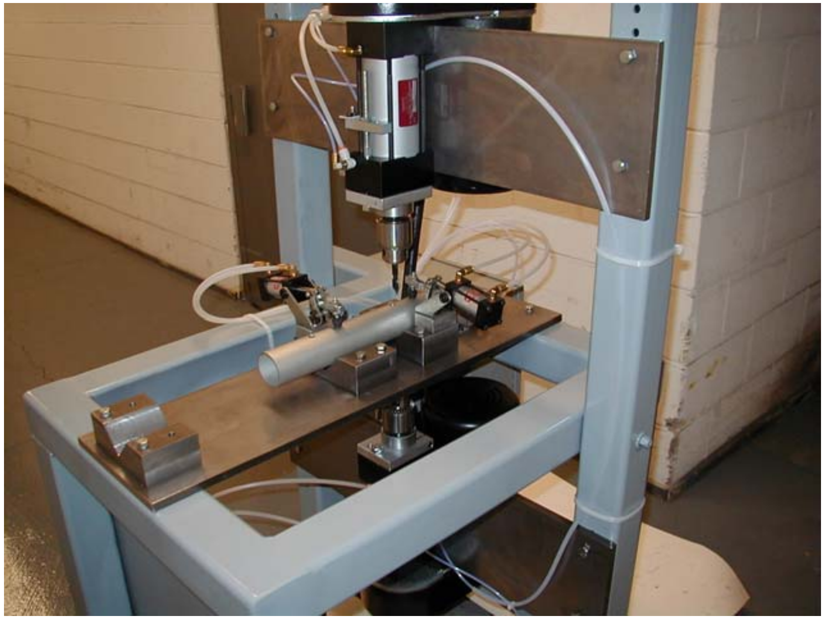
DE HAAGSE HOGESCHOOL

Gebeurtenissen in de digitale techniek

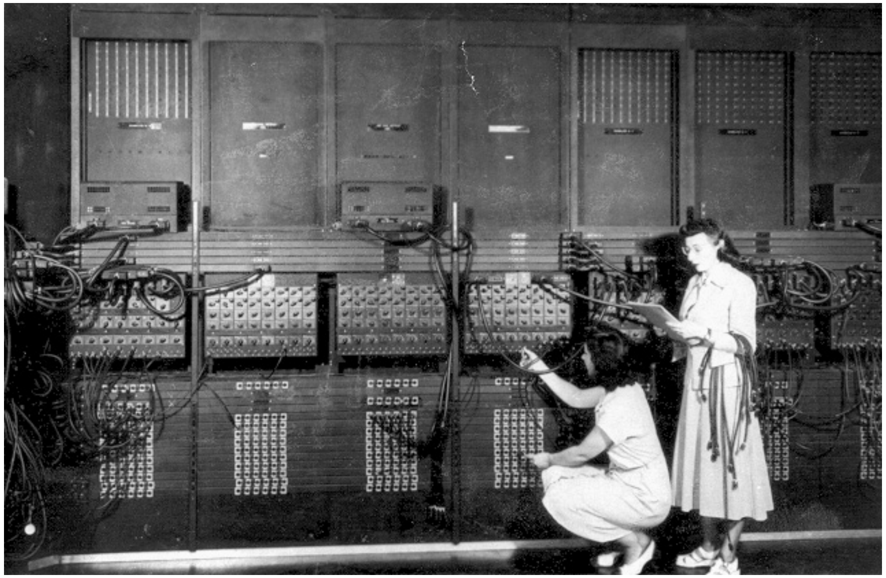
Jaar	Naam	Gebeurtenis/uitvinding
1964	IBM	Derde generatie computers met IC's
1971	Intel	Eerste microprocessor (4004, 4 bits, 2300 transistoren)
1974	Intel, Motorola	8080/85, 6800 e.a. (8 bits)
1978	Intel	8086 (16 bits, 29000 transistoren)
1979	Motorola	68000 (32 bits, 68000 transistoren)
1993	Intel	Pentium
1995	Intel	Pentium Pro 200 MHz
2010	Sun	1 miljard transistoren op een IC, 16-Core Sparc T3
2014	Intel	15-Core Xeon Ivy Bridge-EX (5 miljard transistoren)

Oorsprong

- Automatisering productieprocessen

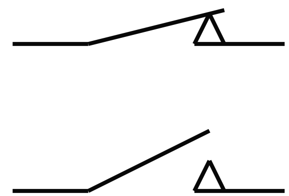


- Uitvoeren van complexe berekeningen



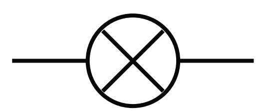
Industriële automatisering

- In de industriële automatisering wordt gebruik gemaakt van sensoren en actuatoren. Denk aan: drukknoppen, eindmelders, lampen, motor.



Schakelaar gesloten (n.c.)

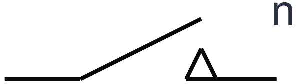
Schakelaar open (n.o.)



Binaire signalen

- Aan de toestanden van bv. schakelaars en motoren kunnen twee waarden gekoppeld worden: 0 en 1.

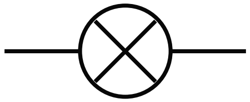
- Schakelaars (altijd in rust getekend):
  - In rust: 0
  - Actief: 1



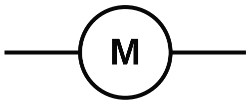
n.o.

n.c.

- Lampen:
  - Brandt niet: 0
  - Brandt: 1



- Motoren:
  - Uit: 0
  - Draait: 1



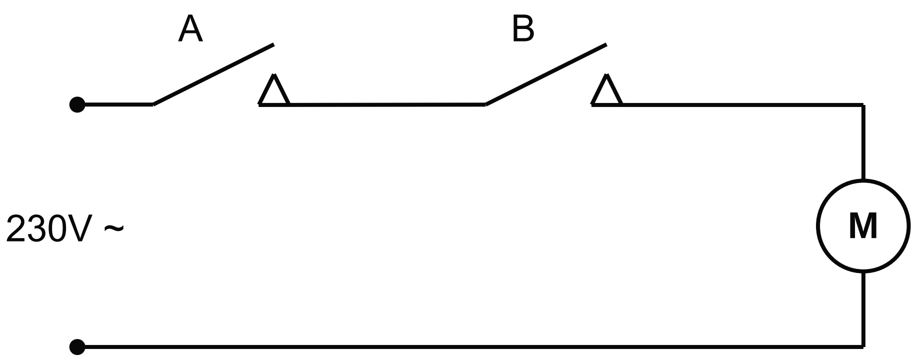
DE HAAGSE HOGESCHOOL

Heggenschaar

- Hoe wordt een heggenschaar bediend?

- Met twee schakelaars, beide moeten geactiveerd worden om de motor van de heggenschaar te starten.

Heggenschaar



Schakelaar open: 0

Schakelaar gesloten : 1

Motor uit: 0

Motor aan: 1

Waarheidstabel

- Alle combinaties kunnnen in een tabel gezet worden.
- Dit wordt een waarheids-tabel genoemd.
- Aan elke combinatie kan een betekenis gekoppeld worden.

A	B	M	Betekenis
0	0	0	schakelaars open, motor uit
0	1	0	schak. A open, schak. B gesloten, motor uit
1	0	0	schak. A gesloten, schak. B open, motor uit
1	1	1	schakelaars gesloten, motor aan.

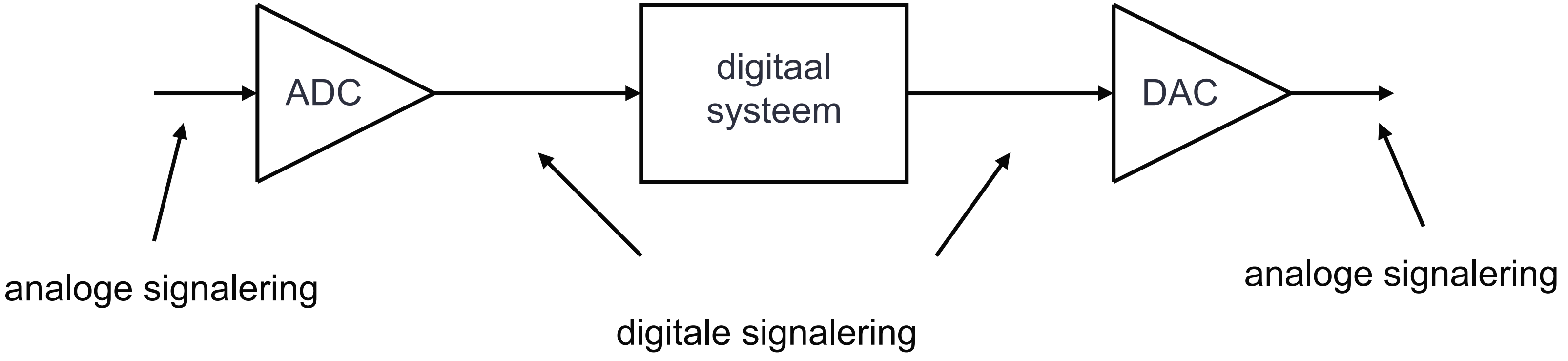
Digitalisering

- Bekende fysische grootheden (stroom, spanning, druk, licht, hoek, etc.) worden omgezet naar getallen.
- Het is eigenlijk een transformatie van de fysische grootheden naar getallen die in principe niet binair (tweewaardig) hoeven te zijn.
- De digitale informatie kan met behulp van elektronica (computers) bewerkt worden en weer naar de fysische grootheden terug getransformeerd worden.
- Dus: fysiek $\xrightarrow[\text{omzetting}]{}$ getallen $\xrightarrow[\text{omzetting}]{}$ fysiek

DE HAAGSE HOGESCHOOL

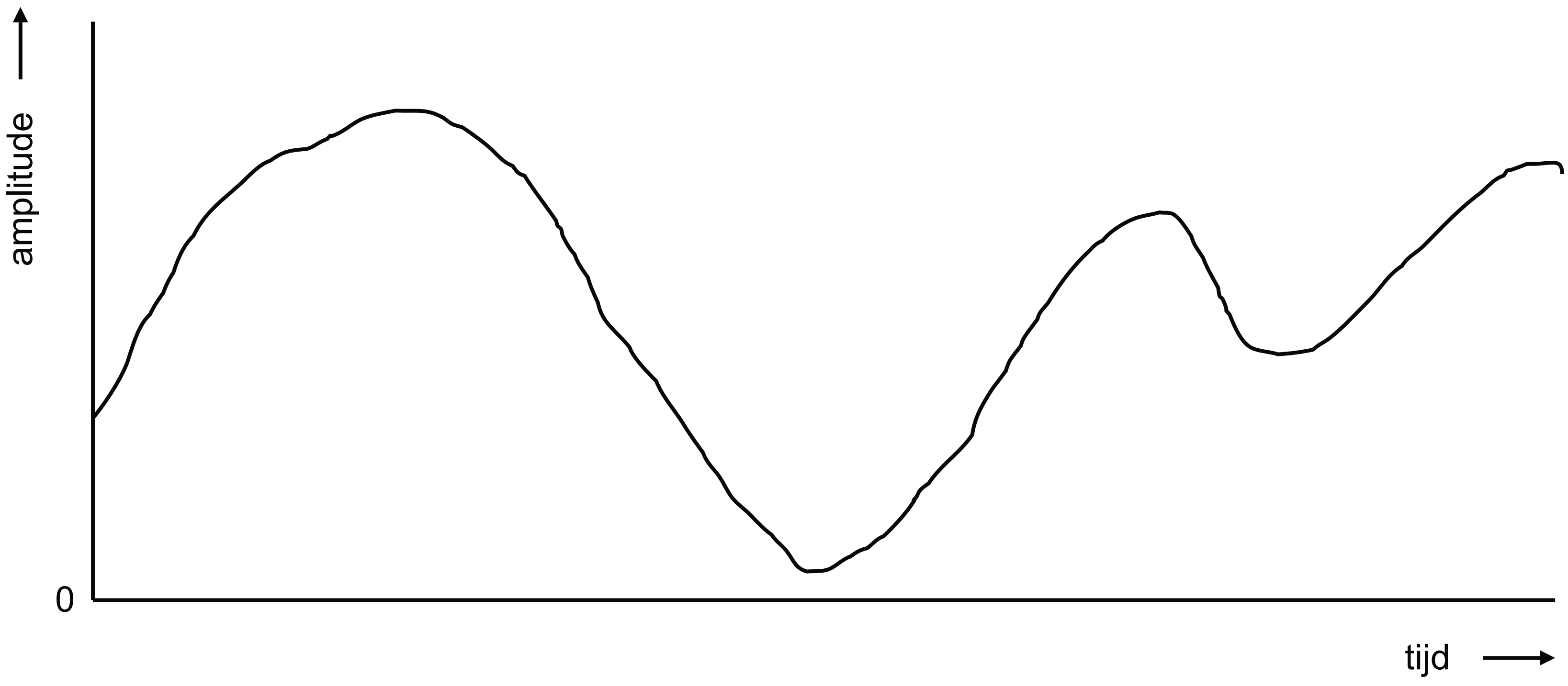
Digitalisering

- Transformatie gebeurt met behulp van Analog-Digital Converter (ADC) en Digital-Analog Converter (DAC).



Digitalisering

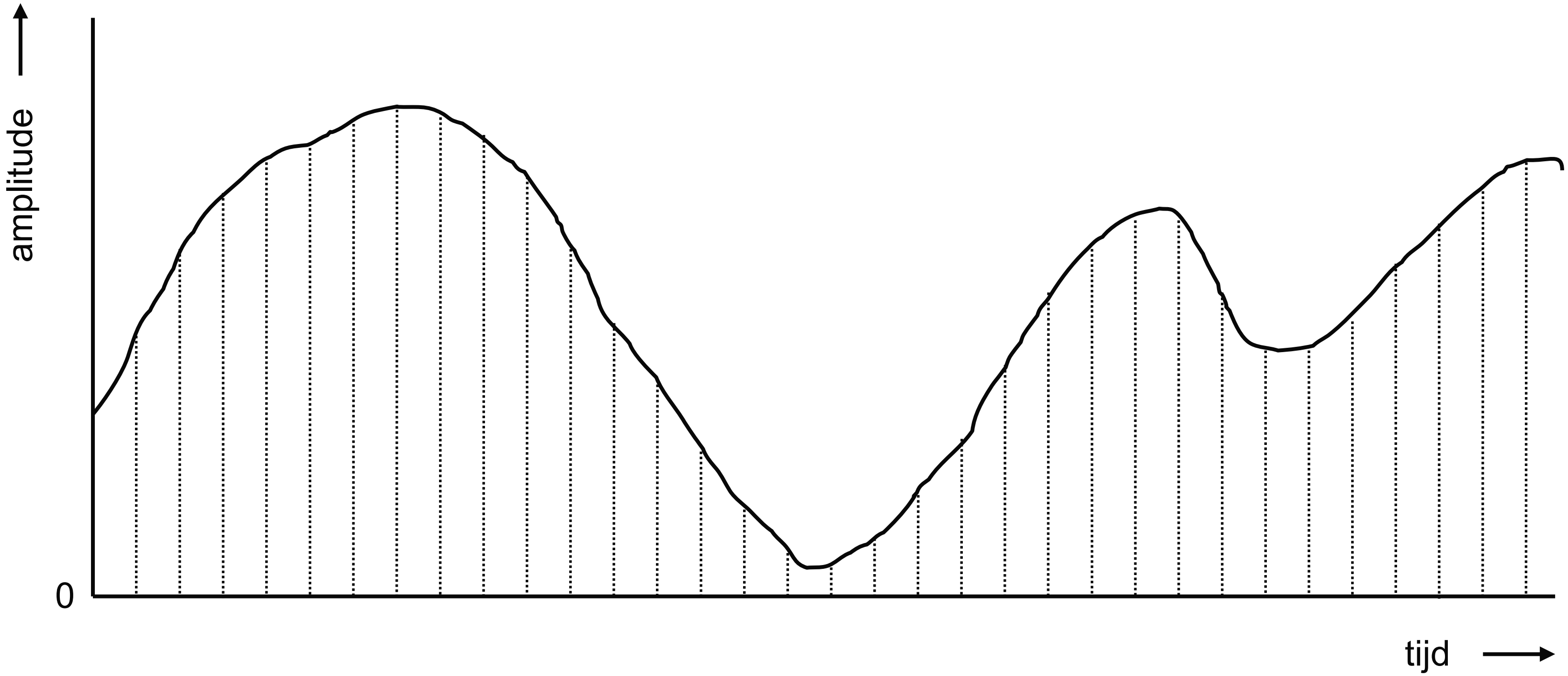
- Voorbeeld: geluidsregistratie



analoog signaal

Digitalisering

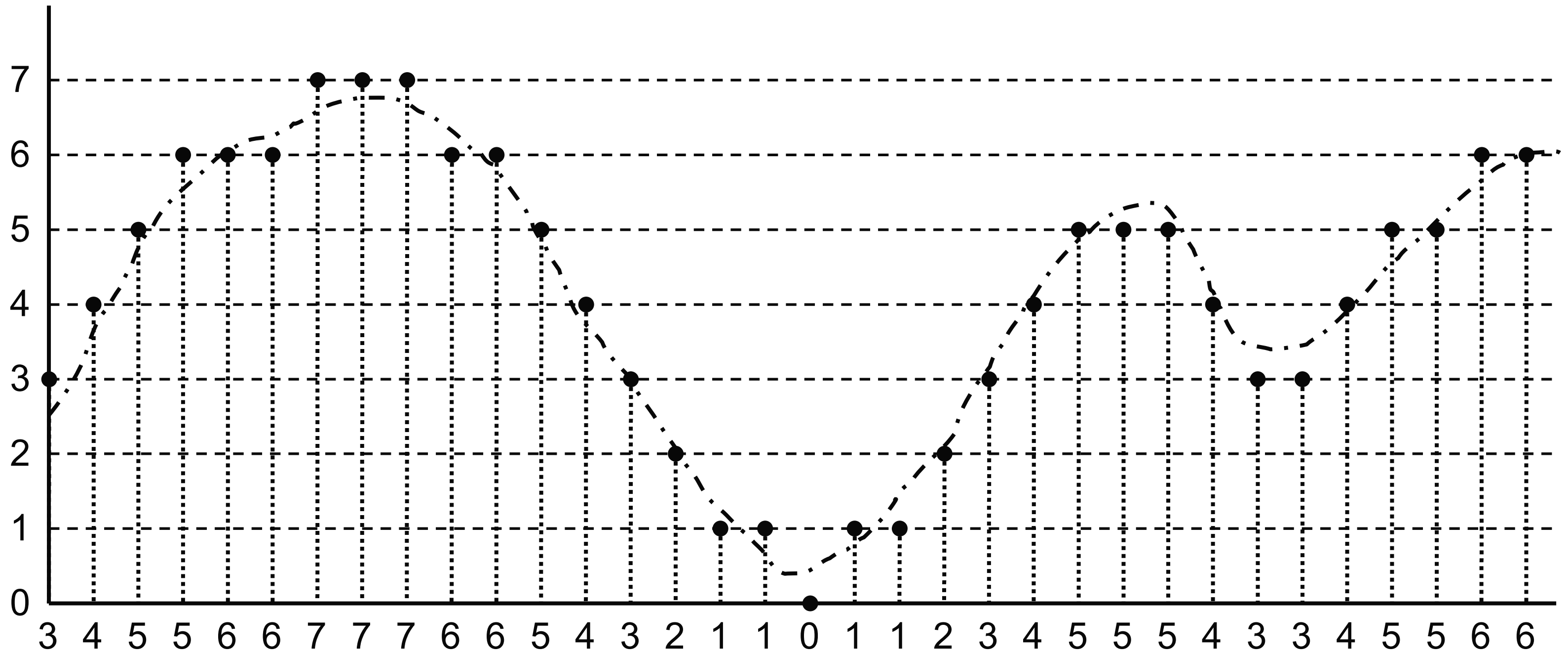
- Het analoge signaal wordt bemonsterd (gesampled), *equidistante* tijdstippen.



Voor CD-kwaliteit worden 44100 samples per seconde gemaakt (22050 Hz)

Digitalisering

- Verdeling van het discreet-analoge signaal in acht gebieden, introduceert afrondingsfouten.

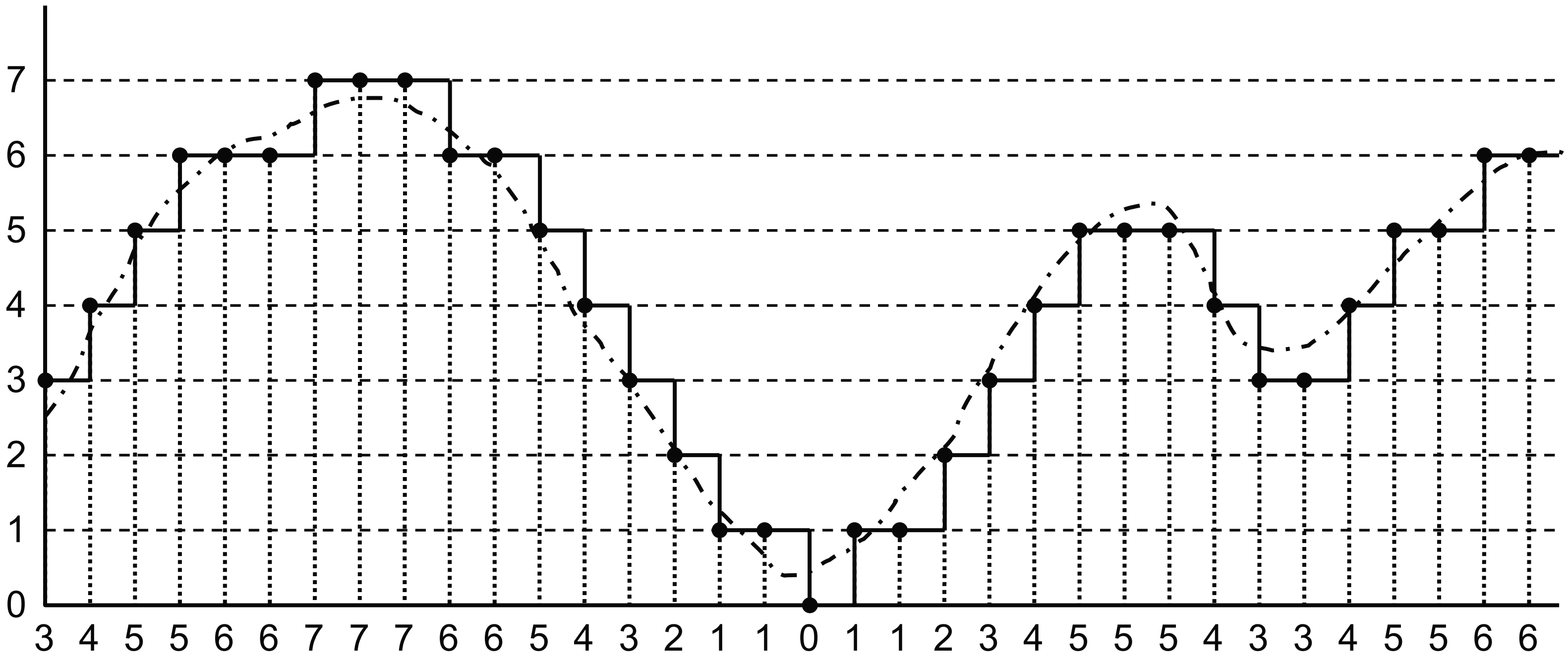


Een CD heeft 65536 kwantiseringsniveau’s (16 bit).

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Digitalisering

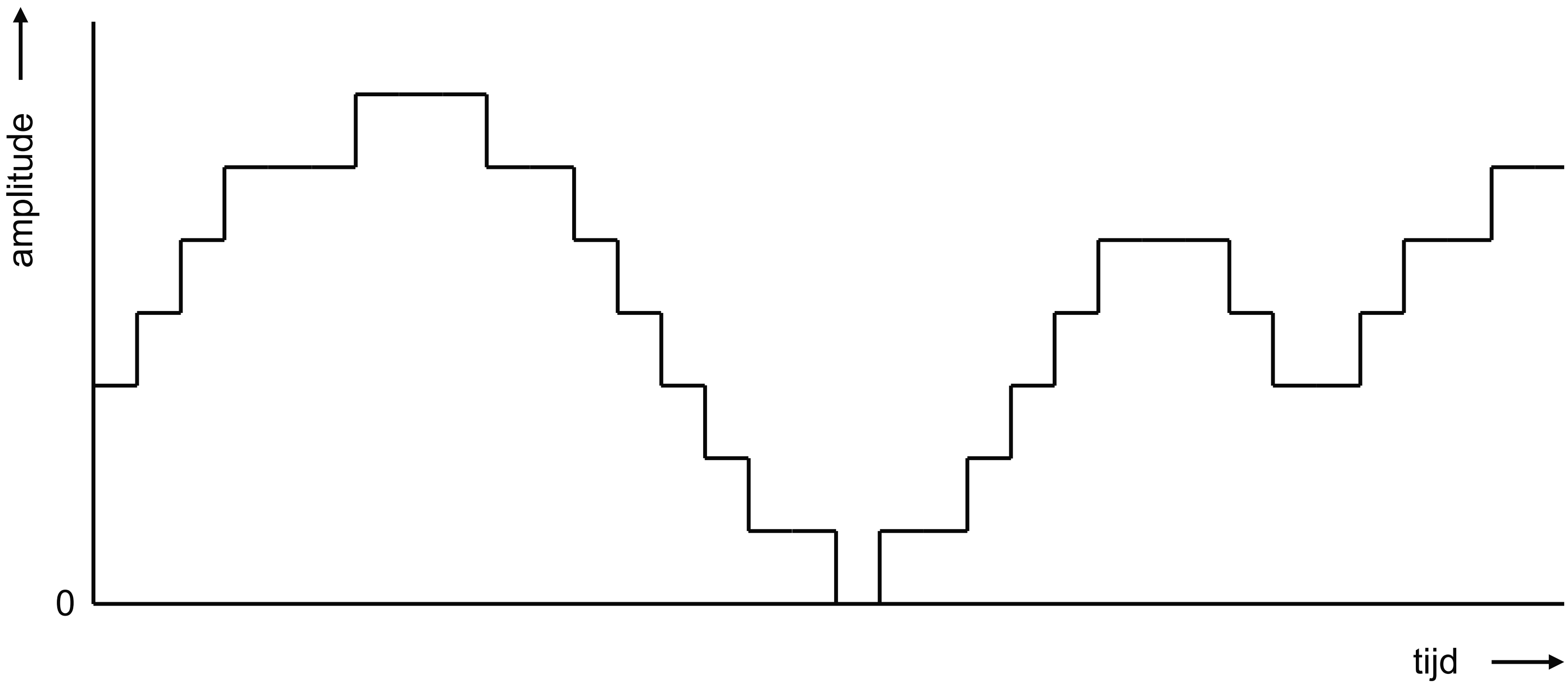
- Het geanalogiseerde muzieksignaal.



DE HAAGSE HOGESCHOOL

Digitalisering

- Reconstructie van het analoge signaal.



Digitalisering

- Waarom zo moeilijk: fysiek $\rightarrow$ getallen $\rightarrow$ fysiek ?

- Verwerking
  - informatie is gemakkelijk te bewerken (versleutelen, comprimeren, foutdetectie, foutcorrectie, complexe signaalbewerkingen);
  - gemakkelijk informatie op te slaan voor latere bewerking;
  - informatie kan langere tijd bewaard worden met behoud van kwaliteit (reproduceerbaarheid van informatie);
  - betrouwbaarheid m.b.t. storende signalen;
  - snelheid;
  - parallel verwerken van informatie.

Digitalisering

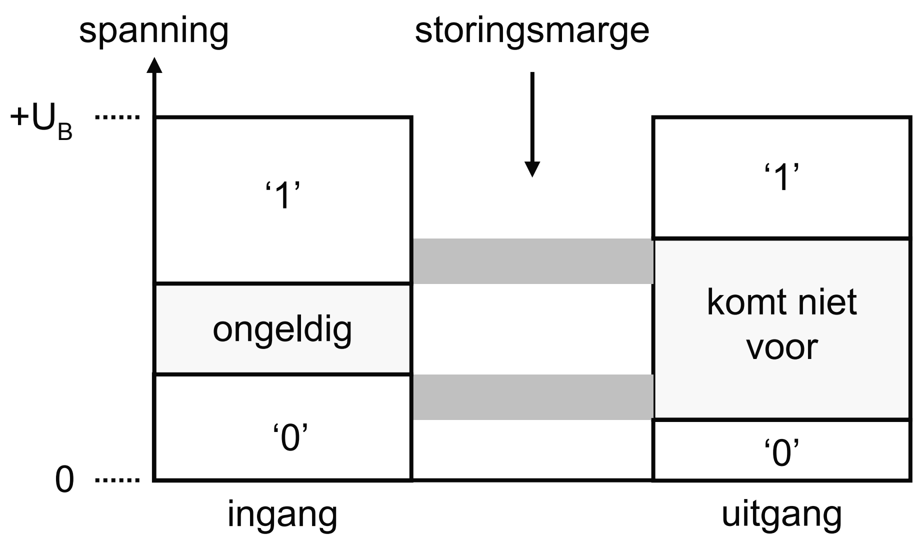
- Waarom zo moeilijk: fysiek → getallen → fysiek ?

- Ontwerpen
  - snel ontwerpen en testen m.b.v. tools (beschrijvingstaal, simulatie);
  - eenvoudig te leren, geen uitgebreide wiskundige kennis nodig*;
  - uitbreidbaarheid (vooral in reconfigureerbare logica);
  - hoge integratiedichtheid (veel functionaliteit op een klein oppervlak);
  - goede testvoorzieningen aan te brengen.
  - gebruik van standaard blokken (IP-cores; Ethernet, USB, processoren, DSP, RAM).

- De wiskunde voor digitale schakelingen is beperkt, maar de te ontwikkelen schakeling kan wel voortkomen uit een wiskundige functie, bv. digitale filtering.

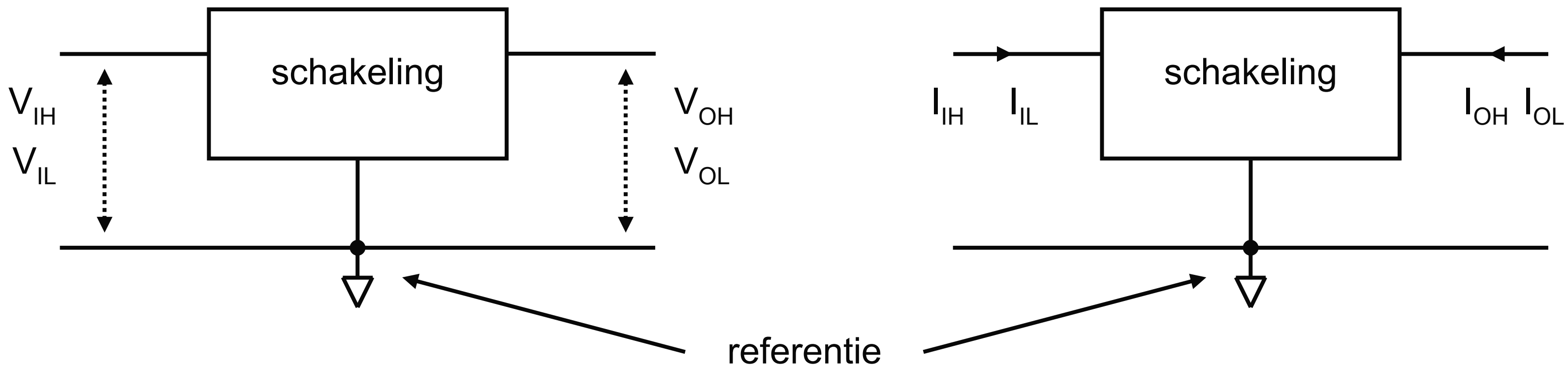
Elektrische eigenschappen

- Een digitale schakeling werkt met spanningen en stromen. Voor het aangeven van een logische waarde wordt een spanningsgebied gebruikt. Een storingsmarge tussen ingang en uitgang is noodzakelijk om variaties in voedings- en signaalspanningen op te vangen.



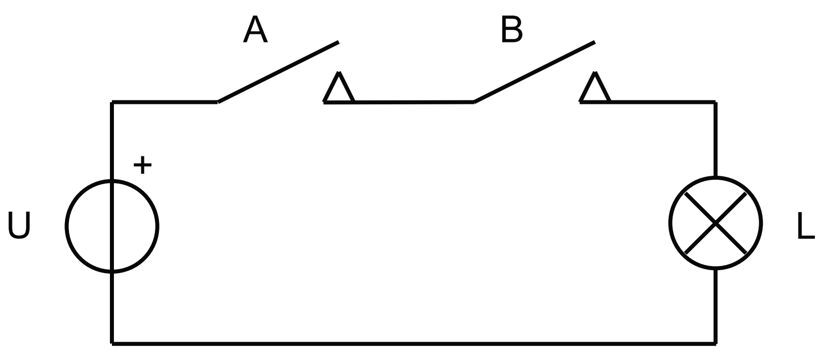
Elektrische eigenschappen

- De fabrikant geeft in *datasheets* aan hoe de spanningen en stromen zijn gedefinieerd. Alle spanningen zijn gegeven ten opzichte van de referentie. De stromen zijn naar binnen toe gedefinieerd.



Logische schakelingen met schakelaars

- Met schakelaars zijn logische schakelingen te maken. Een schakelaar in rust wordt gezien als logisch 0. Een geactiveerde schakelaar wordt gezien als 1. We kunnen alle mogelijkheden weergeven in een *waarheidstabel*.

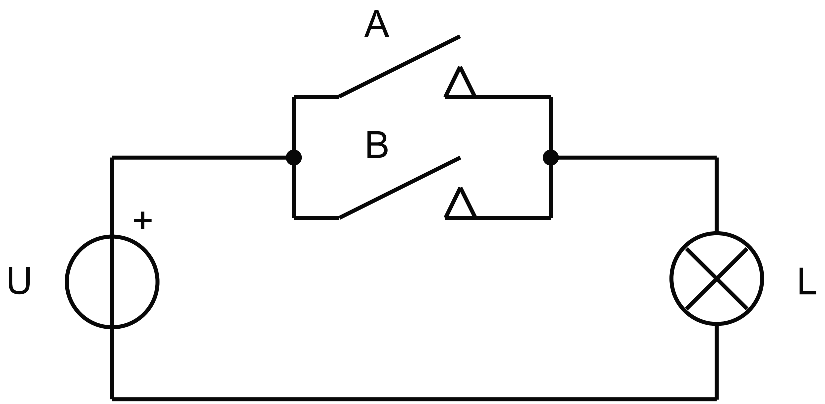


logische AND

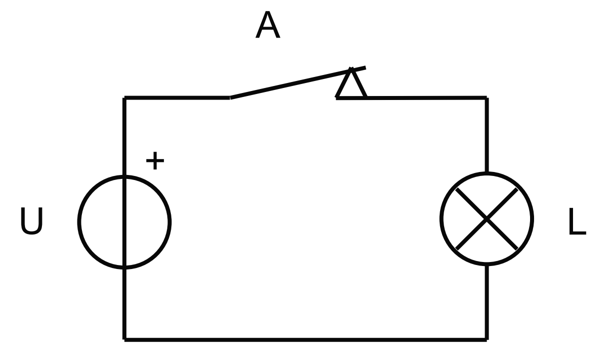
A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Logische schakelingen met schakelaars



logische OR



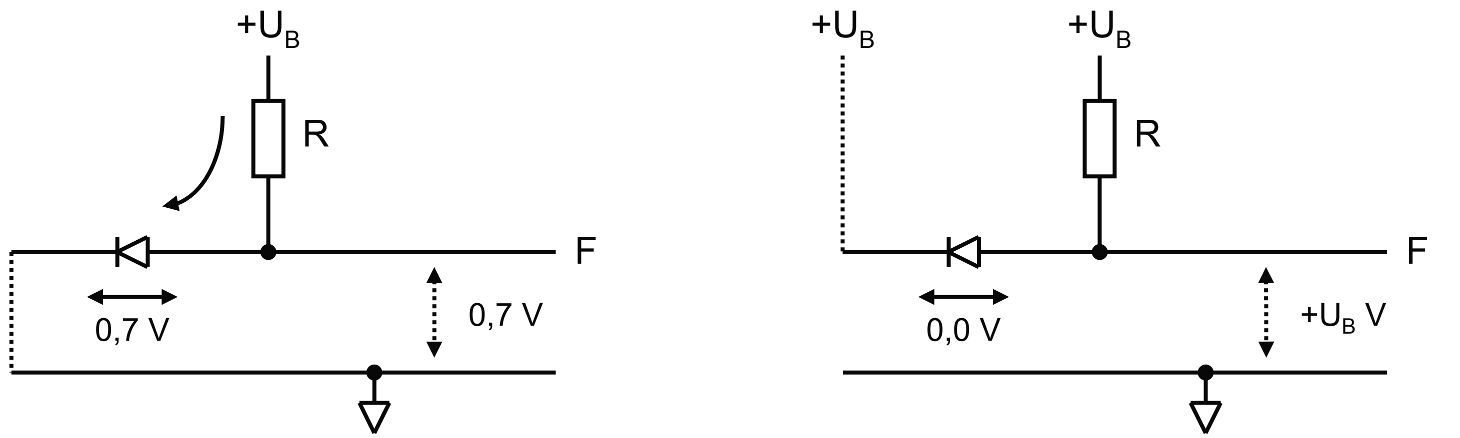
logische NOT

A	B	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	L
0	1
1	0

Logische schakelingen met diodes

- Met diodes en weerstanden zijn logische schakelingen te maken. Een diode is een elektronische component die de stroom slechts een kant op geleidt. De werkspanning in *doorlaat* is 0,7 V.



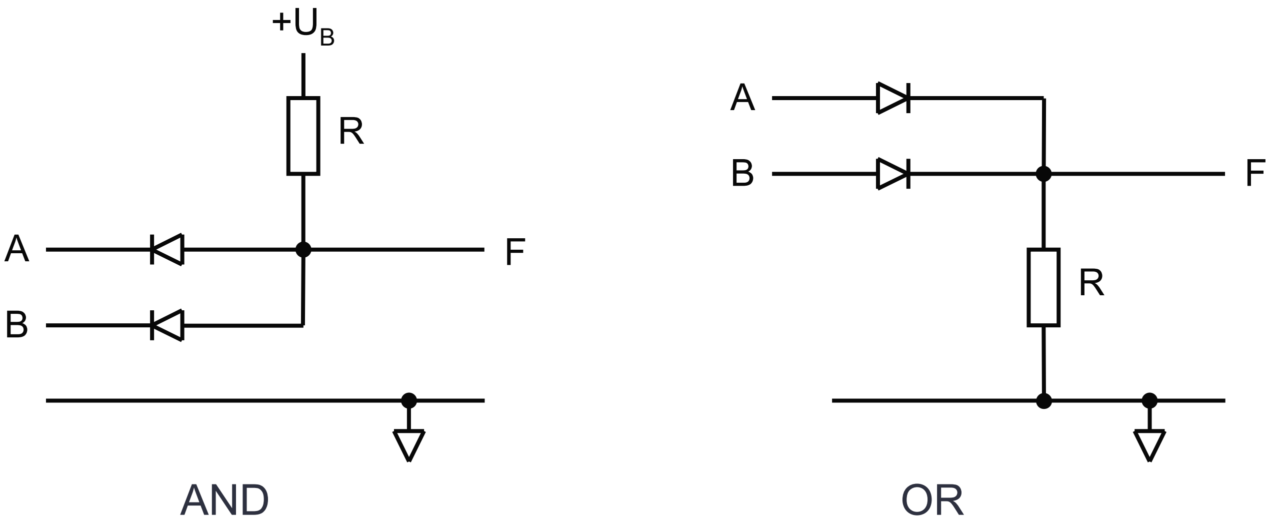
diode in doorlaat

diode in sper

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Logische schakelingen met diodes

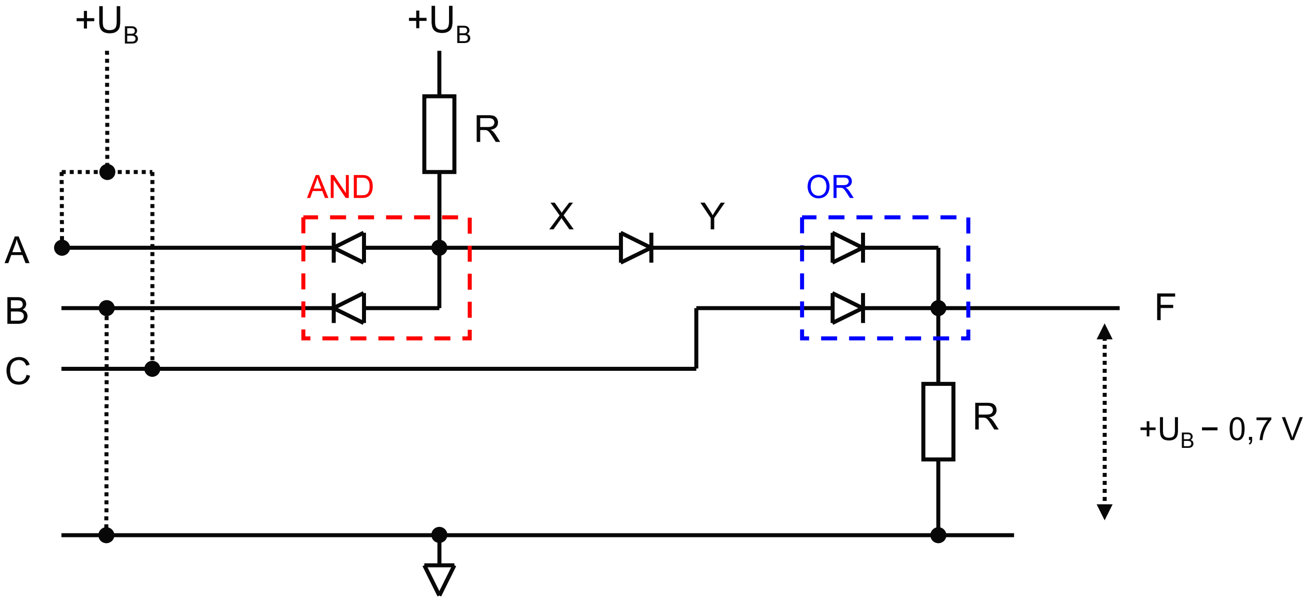
- Hieronder zijn de AND- en OR-schakeling met diodes gegeven.



- Het is niet mogelijk om met alleen diodes en weerstanden een NOT te maken.

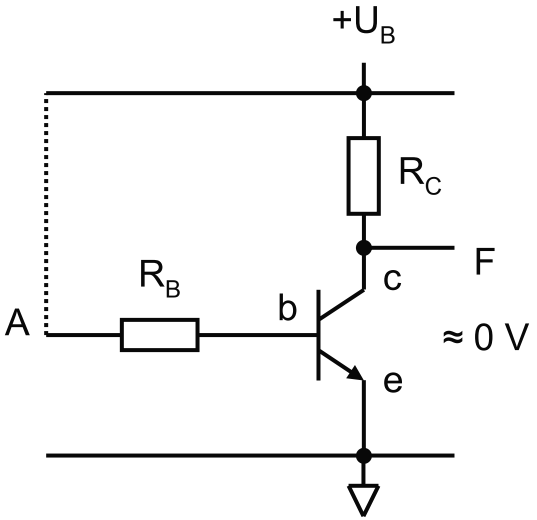
Logische schakelingen met diodes

- Er kunnen combinaties van AND en OR gemaakt worden. Functie onderstaande schakeling: $F = (A \cdot B) + C$

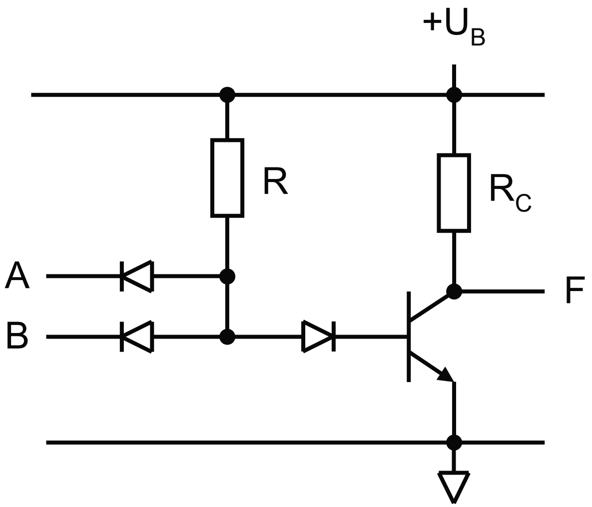


Logische schakelingen met transistoren

- Met transistoren en diodes kunnen logische schakelingen gemaakt worden. Links een inverter, rechts een NOT-AND- of NAND-poort.

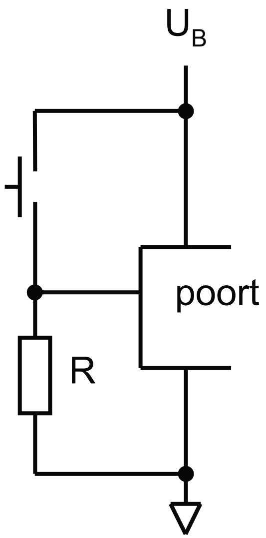


inverter

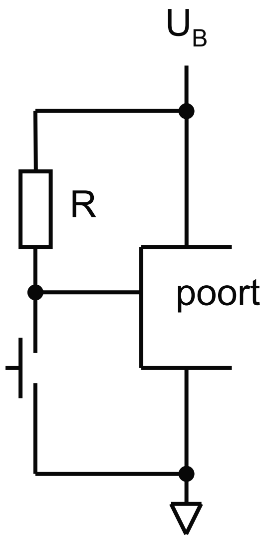


NAND

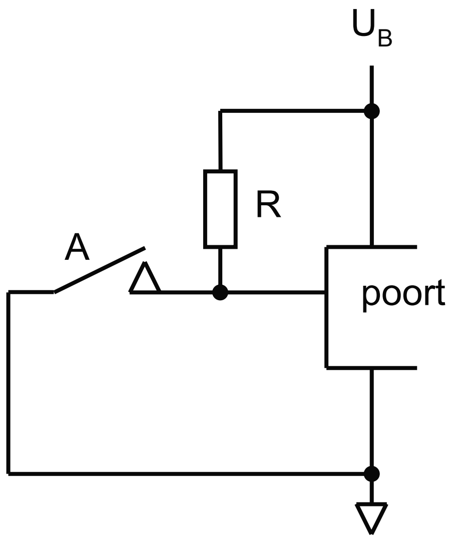
Actief hoog en laag



actief hoog

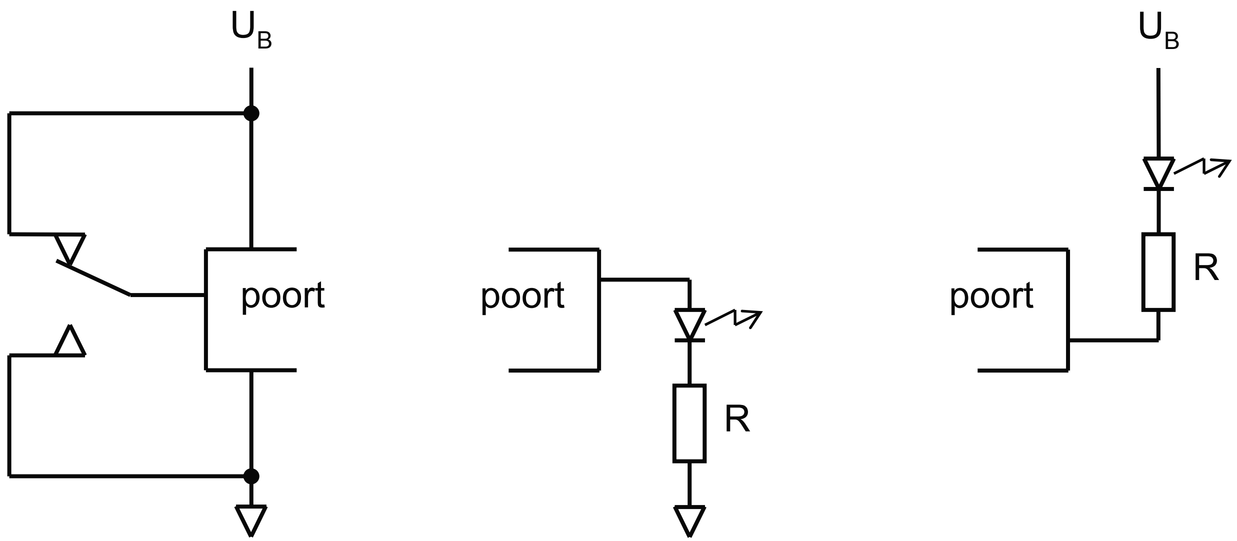


actief laag



actief laag

Actief hoog en laag



twee actieve standen

actief hoog

actief laag

Poorten

- Digitale schakelingen worden verreweg het meest ontworpen met elektronische componenten.

- Andere mogelijkheden:
  - pneumatische componenten (lucht)
  - hydraulische componenten (vloeistof)
  - fotonische componenten (licht)

- Digitale schakelingen worden opgebouwd met behulp van *poorten*.

- Eerst worden de elementaire poorten besproken.

Poorten

- Elke digitale schakeling kan worden opgebouwd met behulp van drie typen poorten:

- AND (en)

- OR (of)

- NOT (niet, inverter)

- Andere veel voorkomende poorten:
  - Buffer, EXOR, NAND, NOR, EXNOR

Poorten

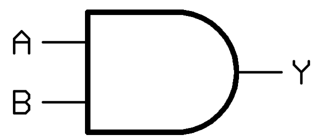
- Op de volgende slides worden de elementaire poorten besproken.

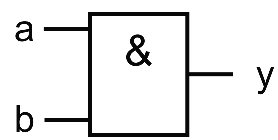
- Gegeven wordt:

- Naam en beschrijving
- Poortsymbolen
  - Amerikaanse of vormsymbolen, worden veel in CAD-programma's gebruikt
  - IEC/IEEE symbolen, wordt veel in Nederlandse literatuur gebruikt
- Waarheidstabel
- Wiskundige functie
- Uitspraak

AND

- Uitgang y geeft alleen een 1 af als beide ingangen een 1 zijn, anders geeft uitgang y een 0 af.





a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

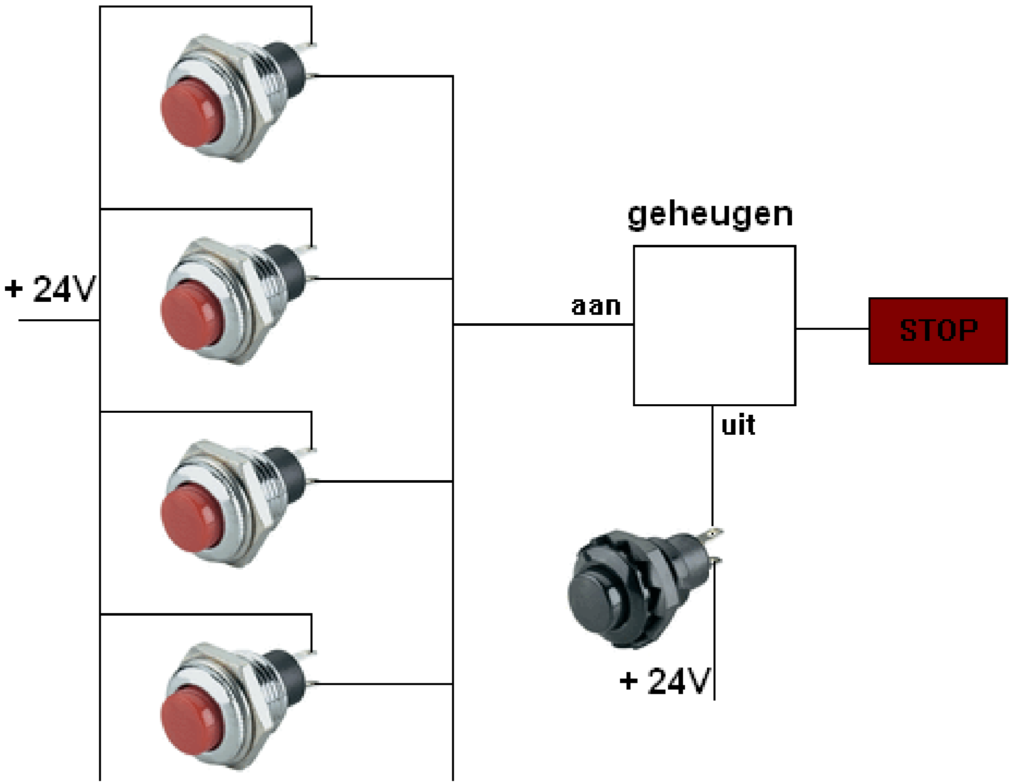
- Functie: $y = a \cdot b = ab$

- Uitspraak: “y is gelijk aan a and b”

Busstopschakeling

- Hoe werkt een busstopschakeling?
- Eén of meerdere stopschakelaars moeten worden ingedrukt om de bus te laten stoppen.

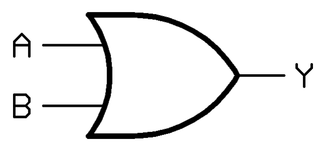
Busstopschakeling

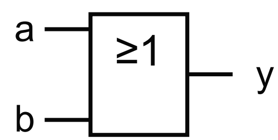


- Geheugenelement wordt later besproken.

OR

- Uitgang y geeft een 1 af als één of meer ingangen 1 zijn, anders geeft uitgang y een 0 af.





a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Functie: $y = a + b$

- Uitspraak: “y is gelijk aan a or b”

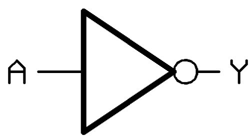
Noodverlichting

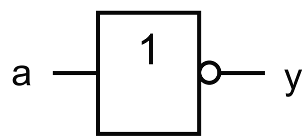
- Hoe werkt een noodverlichting?

- Als spanning uitvalt, dan verlichting aan.

NOT (inverter)

- Uitgang y geeft een 0 af ingang a een 1 is, anders geeft uitgang y een 1 af.





a	y
0	1
1	0

- Functie: $y = \overline{a}$

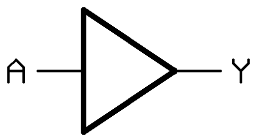
- Uitspraak: “y is gelijk aan not a”

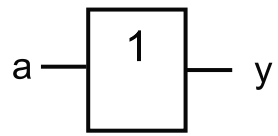
Nog meer poorten

- Hiervoor zijn de drie basispoorten besproken. Hiermee kan elke digitale schakeling worden ontworpen en gebouwd.
- In de praktijk worden nog andere poorten gebruikt.
- Deze poorten zijn niet strikt noodzakelijk, wel heel handig. Ze worden gebruikt bij veel voorkomende bewerkingen.
- Al deze poorten kunnen worden opgebouwd uit AND, OR en NOT.

Buffer

- Uitgang y geeft een 1 af ingang a een 1 is, anders geeft uitgang y een 0 af.





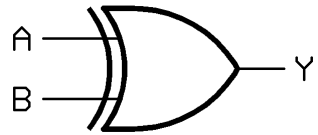
a	y
0	0
1	1

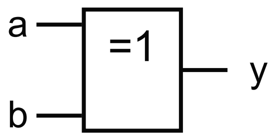
- Functie: $y = a$

- Uitspraak: “y is gelijk aan a”

EXOR

- Uitgang y geeft een 1 af als precies één ingang 1 is, anders geeft uitgang y een 0 af.





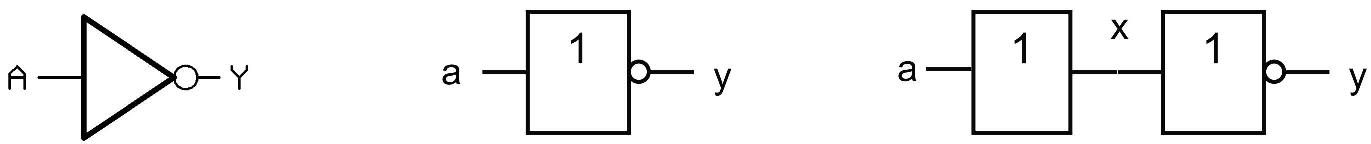
a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Functie: $y = a \oplus b$

- Uitspraak: “y is gelijk aan a exor b”

NOT buffer

- Symbool en schema



- Functie: $x = a \quad y = \overline{x}$
  $y = \overline{a}$

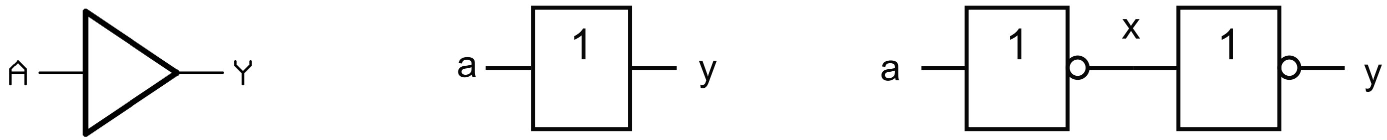
- Uitspraak: “y is gelijk aan not a”

a	x	y
0	0	1
1	1	0

DE HAAGSE HOGESCHOOL

NOT NOT

- Symbool en schema



- Functie: $x = \overline{a} \quad y = \overline{x}$

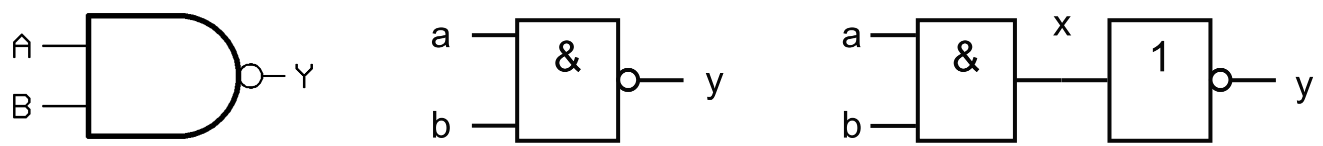
  $y = a$

a	x	y
0	1	0
1	0	1

- Uitspraak: “y is gelijk aan a”

NOT AND (NAND)

- Symbool en schema



a	b	x	y
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

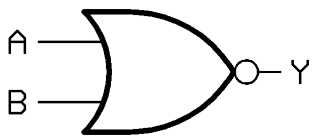
- Functie: $y = \overline{x} \quad x = a \cdot b$

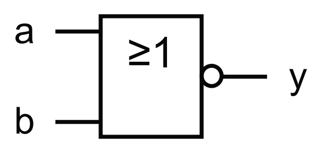
  $y = \overline{a \cdot b}$

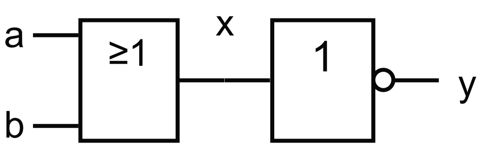
- Uitspraak: "y is gelijk aan a nand b"

NOT OR (NOR)

- Symbool en schema







a	b	x	y
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

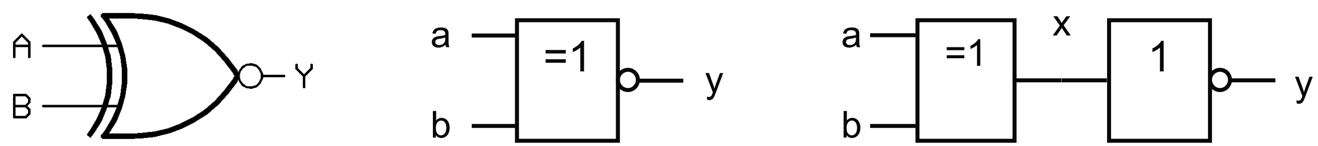
- Functie: $y = \overline{x} \quad x = a + b$

  $y = \overline{a + b}$

- Uitspraak: “y is gelijk aan a nor b”

NOT EXOR (EXNOR)

- Symbool en schema



- Functie: $y = \overline{x} \quad x = a \oplus b$

  $y = \overline{a \oplus b}$

- Uitspraak: “y is gelijk aan a exnor b”

a	b	x	y
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Over OR en EXOR

- De OR wordt ook wel *inclusive OR* genoemd omdat deze ook een 1 levert als beide ingangen 1 zijn.
- Óf de ene ingang, óf de andere ingang óf allebei.
- Voor de EXOR (*exclusive OR)* geldt: óf de ene ingang, óf de andere ingang, maar niet allebei.
- Andere kenmerken: kop óf munt, ik eruit óf jij eruit.

Overzicht

buffer	$y = a$ "a"	NOT	$y = \overline{a}$ "not a"
AND	$y = a \cdot b$ "a and b"	NAND	$y = \overline{a \cdot b}$ "a nand b"
OR	$y = a + b$ "a or b"	NOR	$y = \overline{a + b}$ "a nor b"
EXOR	$y = a \oplus b$ "a exor b"	EXNOR	$y = \overline{a \oplus b}$ "a exnor b"

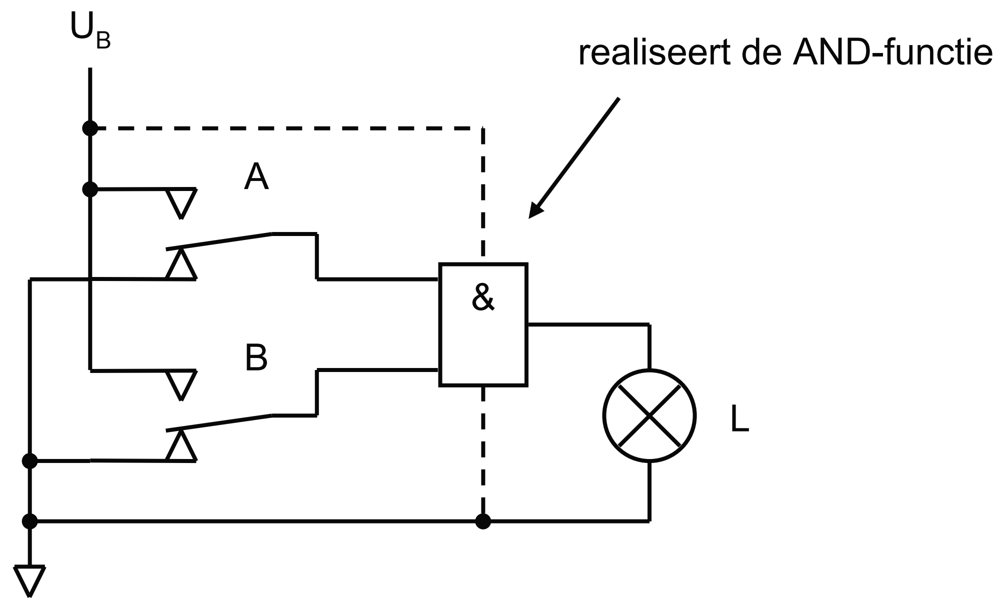
DE HAAGSE HOGESCHOOL

Poorten

- Deze schakeling realiseert de AND-functie met behulp van een poort.
- De lamp brandt als beide schakelaars geactiveerd zijn.
- Vertaling spanningen voor ingangen en uitgang:

  ‘0’ = 0 V

  ‘1’ = U_B V



Opgaven

- Ontwerp een omschakelbare buffer/NOT.
- Hoe kan je van een NAND een NOT maken?
- Hoe kan je van een NOR een NOT maken?
- Bepaal de waarheidstabel van een EXOR waarvan één ingang geinverteerd is.
- De beschrijving van een AND is: de uitgang is 1 als alle ingangen 1 zijn. Hoe zou de beschrijving zijn als er van de 0-en wordt uitgegaan?
- Hoeveel verschillende functies zijn er te maken met twee variabelen?

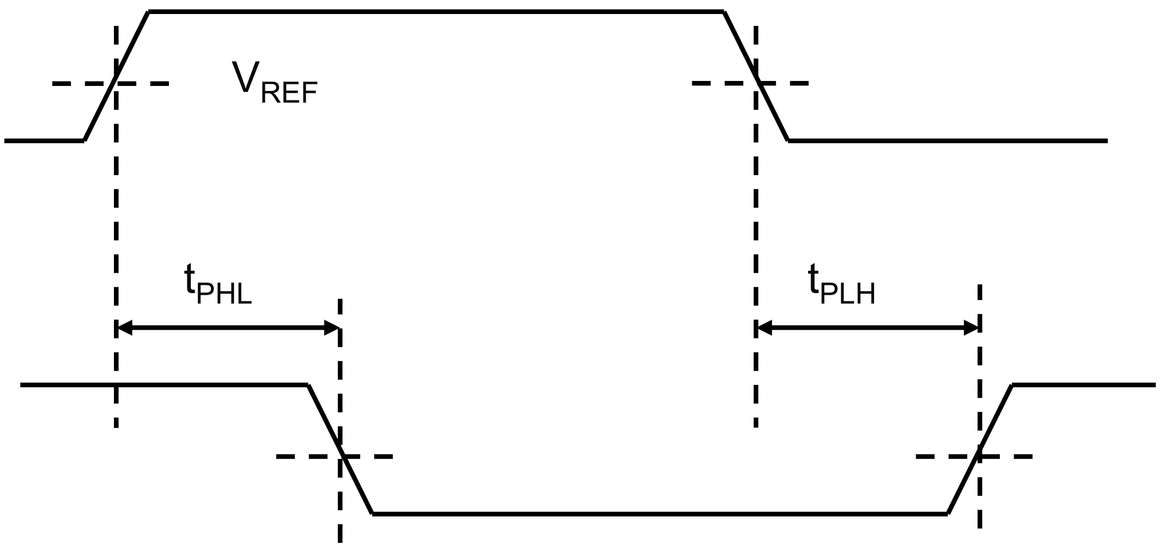
Timing

- Een verandering op de ingang van een component geeft als resultaat een verandering op de uitgang.
- Dit gaat niet oneindig snel; de transistoren in een IC hebben parasitaire capaciteiten en die moeten worden opgeladen of ontladen.
- Het duurt dus even voordat de uitgangsverandering zichtbaar wordt.
- Deze tijd wordt vertragingstijd (*propagation delay*) genoemd.

Timing

- De fabrikant geeft in de *datasheet* hoeveel deze tijden bedragen, met meestal daarbij de meetopstelling en -instellingen.

- De relaties tussen ingangen en uitgangen worden getekend in een tijdvolgordediagram (timing diagram).



V_{REF} = de referentiespanning voor de tijdmeting (½ V_{DD})

t_{PHL} = vertragingstijd voor uitgang hoog naar laag

t_{PLH} = vertragingstijd voor uitgang laag naar hoog

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Timing

- Bij componenten (losse poorten, library-modules) worden de volgende tijden vermeld:

- $t_{P(min)}$ De fabrikant garandeert dat de uitgang nooit eerder verandert dan de minimale vertragingstijd.

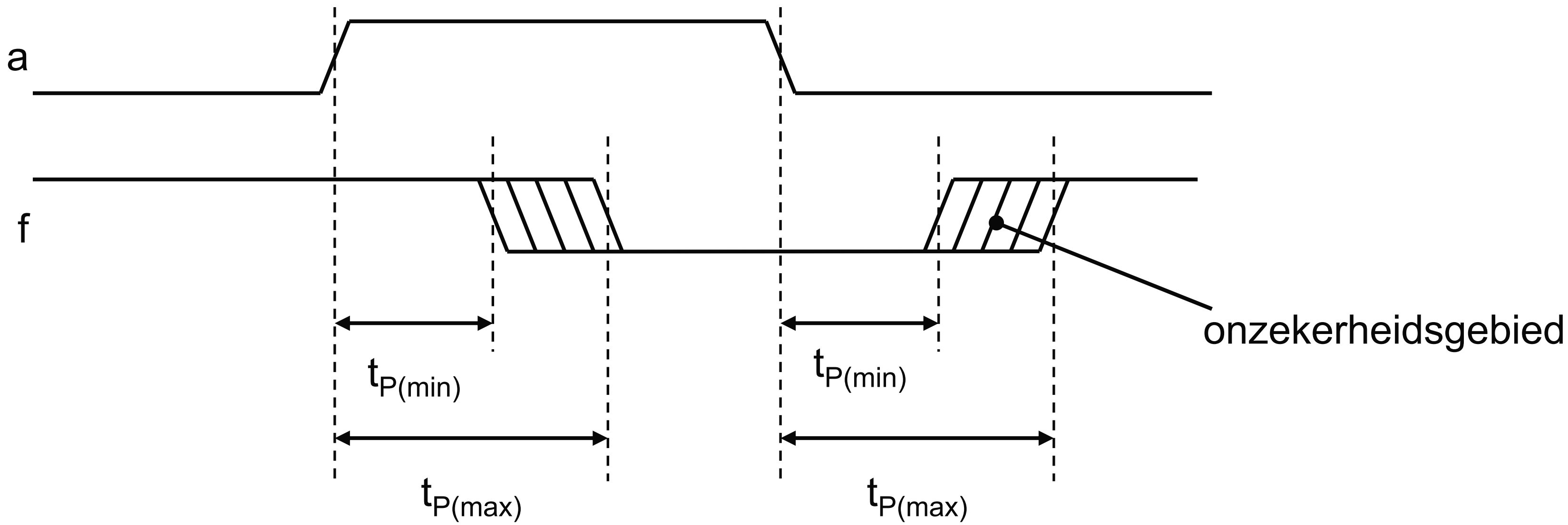
- $t_{P(max)}$ De fabrikant garandeert dat de uitgang nooit later verandert dan de maximale vertragingstijd.

- $t_{P(typ)}$ De typische vertragingstijd, “nice to know”, maar er kan niet mee ontworpen worden.

nb: in plaats van t_P ook wel t_{PD}

Timing

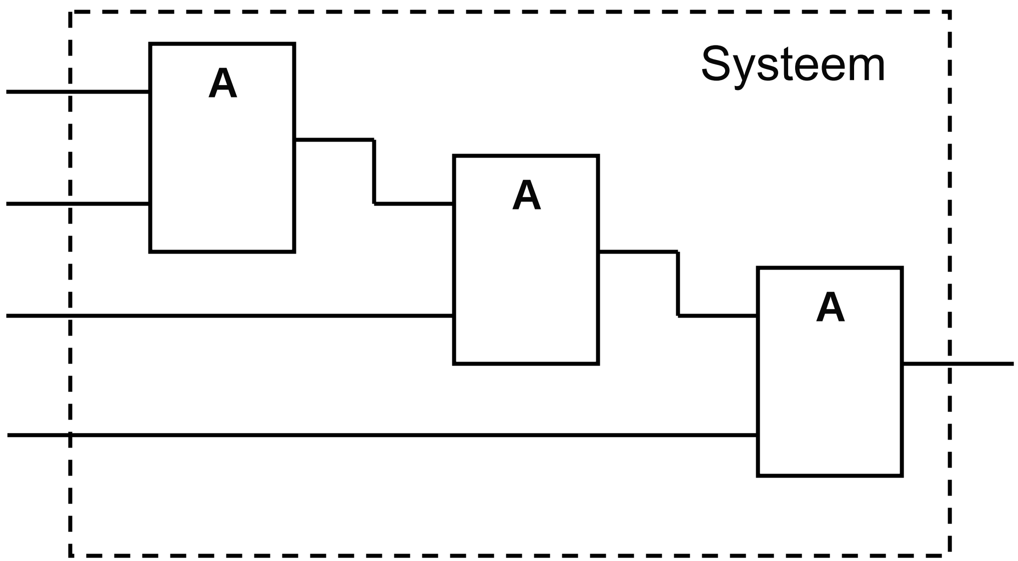
- Hieronder het timingdiagram van een NOT-poort.



- In het gearceerde gedeelte is de definitieve waarde van de uitgang nog onzeker.

Timing

- Gegeven de volgende schakeling:



$t_{P(min)}(A) = 4$ ns.

$t_{P(max)}(A) = 9$ ns.

- Vraag: wat zijn de $t_{P(min)}$ en $t_{P(max)}$ van dit systeem?

$t_{P(min)}(\text{systeem}) = 4$ ns.

$t_{P(max)}(\text{systeem}) = 27$ ns.

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Timing

- Voorbeeld van een 74F00 *quad 2-input NAND*.

testcondities

AC ELECTRICAL CHARACTERISTICS

SYMBOL	PARAMETER	TEST CONDITION	LIMITS							UNIT
			V_{CC} = +5.0V T_{amb} = +25°C C_L = 50pF, R_L = 500Ω			V_{CC} = +5.0V ± 10% T_{amb} = 0°C to +70°C C_L = 50pF, R_L = 500Ω		V_{CC} = +5.0V ± 10% T_{amb} = –40°C to +85°C C_L = 50pF, R_L = 500Ω		
			MIN	TYP	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	
t_{PLH} t_{PHL}	Propagation delay Dna, Dnb to $\overline{Qn}$	Waveform 1	2.4 2.0	3.7 3.2	5.0 4.3	2.4 2.0	6.0 5.3	2.0 1.5	6.5 6.0	ns

ingangen naar uitgangen

testsignaal

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Frequentie & tijden

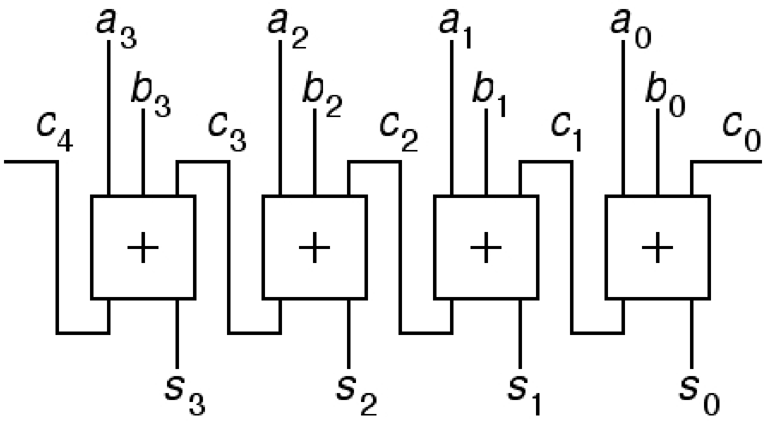
- In onderstaande tabel zijn enkele frequenties en bijbehorende tijden gegeven volgens de bekende formule f = 1/T.

Freq (not)	Freq (eng)	Tijd (not)	Tijd (eng)
1 Hz	1 Hz	1 s = 1000 ms	1 s
1 kHz	10^3 Hz	1 ms = 1000 µs	10^{-3} s
1 MHz	10^6 Hz	1 µs = 1000 ns	10^{-6} s
10 MHz	10.10^6 Hz	100 ns = 0,1 µs	100.10^{-9} s
100 MHz	100.10^6 Hz	10 ns	10.10^{-9} s
1 GHz	10^9 Hz	1 ns = 1000 ps	10^{-9} s
1 THz	10^{12} Hz	1 ps	10^{-12} s

k = kilo, M = mega, G = giga, T = tera
m = milli, µ = micro, n = nano, p = pico

Opgaven

- Gegeven onderstaand schema. Van één full adder is gegeven: $t_{P(min)}$(FA) = 2 ns, $t_{P(max)}$(FA) = 5 ns. Bepaal de minimale en maximale vertragingstijd van deze 4-bit fulladder.



- En hoe zit het met die tijden als op $b_3b_2b_1b_0$ = 0001 wordt geplaatst?
- Wat is de periodetijd van 33,3 MHz? En 3,4 GHz? Wat is de frequentie bij 20 ns? En 104,167 µs?

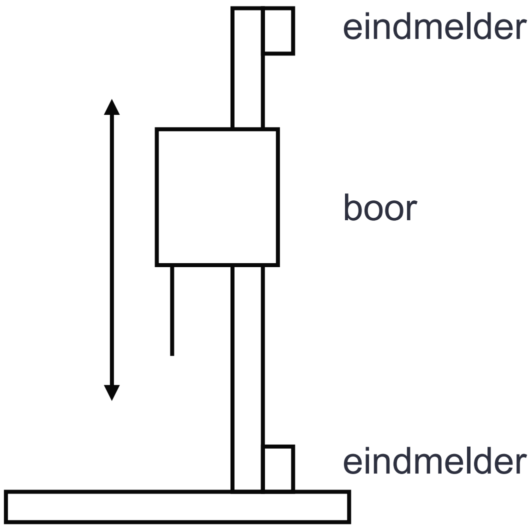
Opgave

- Een automatische kolomboor heeft twee eindmelders: één aan de bovenkant en één aan de onderkant. Een melder kan open zijn (boor is daar niet) of gesloten zijn (boor is daar wel).

Hoeveel combinaties van open en gesloten zijn mogelijk?

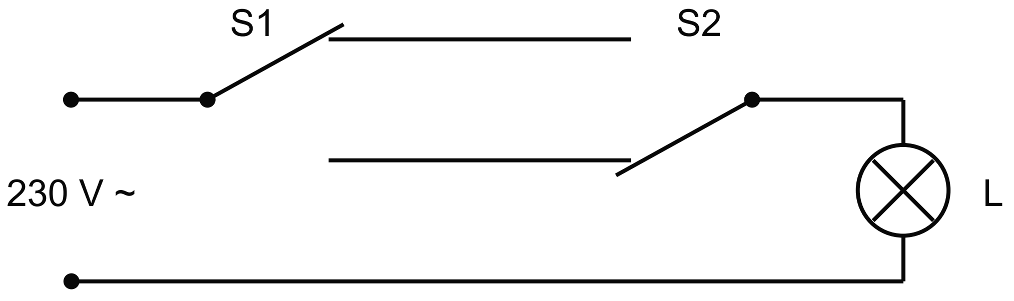
Welke combinatie komt nooit voor?

Stel een tabel op met alle mogelijkheden en geef aan met een paar woorden wat de mogelijkheden inhoudt.



Opgave

- Een elektrisch schema met schakelaars kan ook als een digitaal systeem worden gezien. Een bekende schakeling is de zogenaamde wisselschakeling die veel bij trappen voorkomt. Hieronder het schakelschema.



schakelaars en lamp
altijd in rust getekend.

schakelaar in rust = 0

schakelaar actief = 1

lamp uit = 0

lamp aan = 1

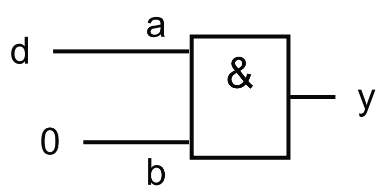
Vraag: geef de waarheidstabel van de wisselschakeling.

Vereenvoudigen

- We bekijken de AND- en OR-poort nog eens nader.
- Eén van de ingangen wordt aan een logische 0 of 1 gelegd, of de ingangen worden aan met elkaar verbonden, of één ingang krijgt de inverse van de andere ingang.
- Hierdoor vereenvoudigt de schakeling zich.
- Het levert een praktisch bewijs van enkele wiskundige stellingen (axioma’s en theorema’s).

AND revisited

- Wat gebeurt er als één ingang van de AND verbonden wordt aan een logische 0?



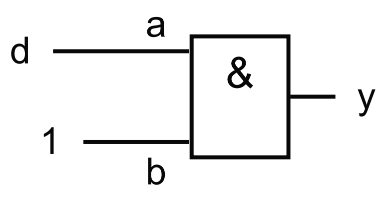
a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Functie: $y = d \cdot 0 = 0$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

AND revisited

- Wat gebeurt er als één ingang van de AND verbonden wordt aan een logische 1?

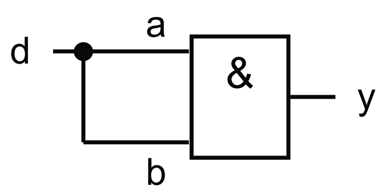


a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Functie: $y = d \cdot 1 = d$

AND revisited

- Wat gebeurt er als de ingangen van de AND met elkaar verbonden worden?

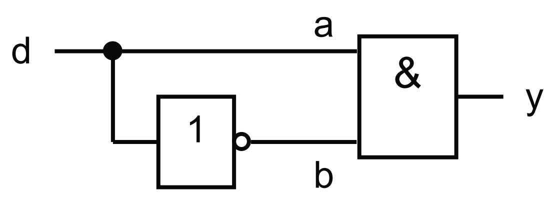


a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Functie: $y = d \cdot d = d$

AND revisited

- Wat gebeurt er als één van de ingangen van de AND geinverteerd wordt aangeboden vanuit hetzelfde signaal?



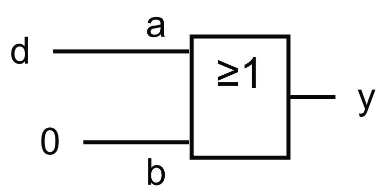
a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Functie: $y = d \cdot \overline{d} = 0$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

OR revisited

- Wat gebeurt er als één ingang van de OR verbonden wordt aan een logische 0?



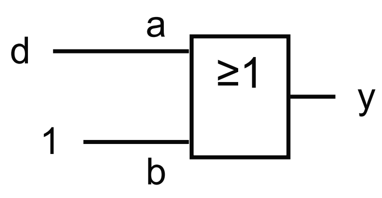
a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Functie: $y = d + 0 = d$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

OR revisited

- Wat gebeurt er als één ingang van de OR verbonden wordt aan een logische 1?



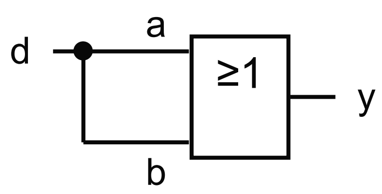
a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Functie: $y = d + 1 = 1$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

OR revisited

- Wat gebeurt er als de ingangen van de OR met elkaar verbonden worden?

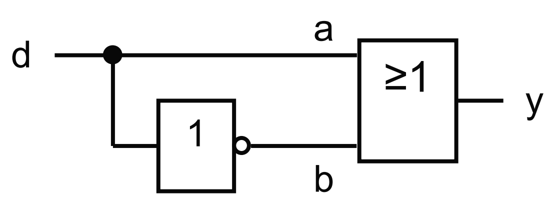


a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Functie: $y = d + d = d$

OR revisited

- Wat gebeurt er als één van de ingangen van de OR geinverteerd wordt aangeboden vanuit hetzelfde signaal?



a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Functie: $y = d + \overline{d} = 1$

Alles op een rij

- Op deze slide een overzicht van alle vereenvoudigingen

$y = d \cdot 0$	$y = 0$	$y = d + 0$	$y = d$
$y = d \cdot 1$	$y = d$	$y = d + 1$	$y = 1$
$y = d \cdot d$	$y = d$	$y = d + d$	$y = d$
$y = d \cdot \overline{d}$	$y = 0$	$y = d + \overline{d}$	$y = 1$

$y = \overline{\overline{d}}$	$y = d$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Meer en meer

- AND- en OR-poorten kunnen ook gebouwd worden met meer dan twee ingangen. Praktisch worden poorten gebouwd met maximaal vier ingangen.

AND3	$y = a \cdot b \cdot c = abc$	y <= a AND b AND c;
AND4	$y = a \cdot b \cdot c \cdot d = abcd$	y <= a AND b AND c AND d;
OR3	$y = a + b + c$	y <= a OR b OR c;
OR4	$y = a + b + c + d$	y <= a OR b OR c OR d;

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Opgaven

- In de voorgaande slides werd één ingang de AND en OR steeds afwisselend met een 0 of 1 verbonden, of werden de ingangen gewoon of geinverteerd verbonden. Probeer het zelf eens met de EXOR-poort.
- Probeer hetzelfde met een EXNOR.
- Hoe kan je een EXOR eenvoudig in een EXNOR omzetten?

Vereenvoudigen

- Met behulp van de optimalisaties van de vorige slides kunnen we digitale poortschakelingen vereenvoudigen.

- De eenvoudigste vorm is de vorm die het minst aantal poorten bevat en met het minst aantal ingangen per poort.

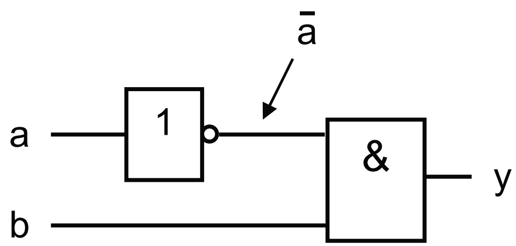
- Het vinden van de eenvoudigste vorm heet *minimaliseren*.

- Er zijn drie manieren om te vereenvoudigen:
  - Wiskunde (schakelalgebra)
  - Karnaughdiagrammen (grafisch)
  - Computerprogramma (computer-algoritme: Quine-McCluskey, Espresso)

Vereenvoudigen

- Gegeven onderstaande waarheidstabel. Wat is hiervan de functie en het schema?

- Functie: $y = \overline{a} \cdot b$



a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

- Uitgang y = 1 als a = 0 en b = 1, anders y = 0;

Vereenvoudigen

- Gegeven onderstaande waarheidstabel. Wat is hiervan de functie en het schema?

- Functie: $y = \overline{a} \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b + a \cdot b$

- Uitgang y = 1 als a = 0 en b = 0
  of a = 0 en b = 1
  of a = 1 en b = 1

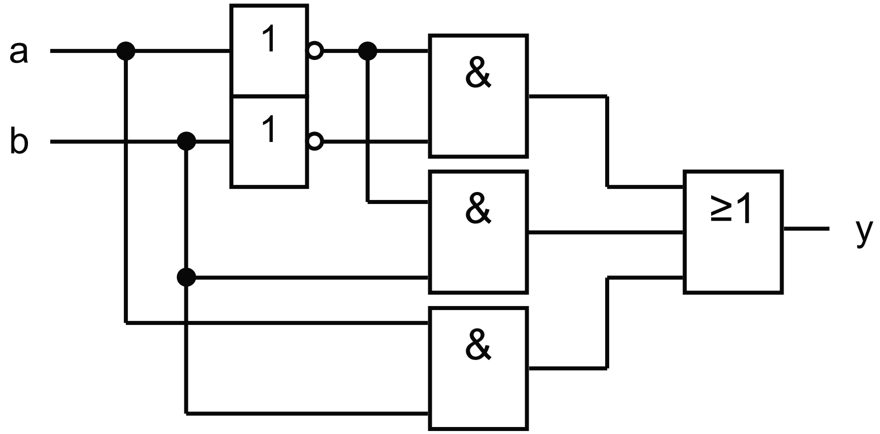
  anders y = 0

a	b	y
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Vereenvoudigen

- De schakeling kan als volgt gebouwd worden:



- Kosten: 2x NOT, 3x AND, 1x OR3
- Ingangen: 11

Opmerking: ingangen/uitgangen is bedrading (wires) op een IC.

Vereenvoudigen

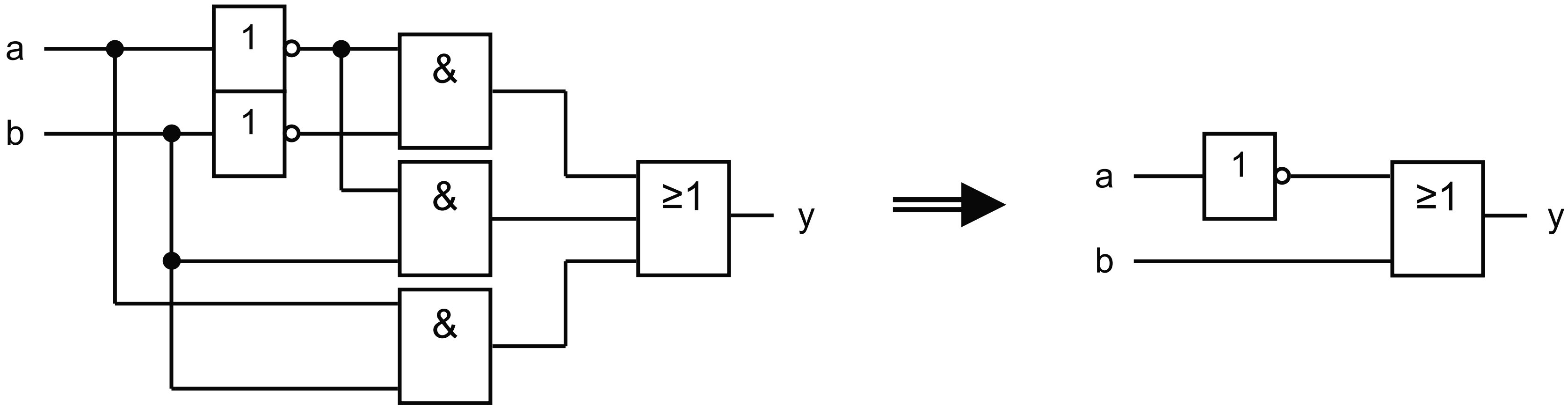
- Eenvoudig is te zien dat de functie een 1 levert als a 0 is.
- Dus: $\overline{a} \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b = \overline{a}$
- Ook is snel te zien dat de uitgang een 1 levert als b 1 is.
- Dus: $\overline{a} \cdot b + a \cdot b = b$
- Opvallend: de term $\overline{a} \cdot b$ wordt twee keer gebruikt.

a	b	y
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Vereenvoudigen

- De functie is dus als volgt: $y = \overline{a} \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b + a \cdot b$
  $= \overline{a} + b$

- Het bijbehorend schema:



DE HAAGSE HOGESCHOOL

Opgaven

- Probeer zelf eens de eenvoudigste vorm te vinden van de volgende functies:

a	b	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

a	b	y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Dualiteit

- De definitie van een AND-poort is dat de uitgang een 1 afgeeft als beide ingangen een 1 zijn, anders geeft de uitgang een 0 af.

a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$y = a \cdot b$$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Dualiteit

- Een alternatief zou zijn om de AND via de 0-en te beschrijven.
- De uitgang geeft een 0 als één of meer ingangen 0 zijn. Vanuit de 0-en gezien is het een OR-functie.
- Hieruit volgt het *dualiteitsprincipe*: bij verwisseling van 0 en 1, en van · en +, blijft de gelijkheid intact:

$0 = 0 \cdot 0$	$1 = 1 + 1$
$0 = 0 \cdot 1$	$1 = 1 + 0$
$0 = 1 \cdot 0$	$1 = 0 + 1$
$1 = 1 \cdot 1$	$0 = 0 + 0$

De Morgan

- Als van een functie alle variabelen worden geinverteerd, en alle ANDs en ORs worden verwisseld, blijft de functie hetzelfde.

$$y = a \cdot b \qquad \Rightarrow \qquad \overline{y} = \overline{a} + \overline{b}$$

$$y = a + b \qquad \Rightarrow \qquad \overline{y} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

- Dit zijn de stellingen van De Morgan.

- Het laat zien dat AND en OR uitwisselbaar zijn.

De Morgan

- Meestal worden de stellingen van De Morgan als volgt gegeven:

$$y = a \cdot b \qquad \Leftrightarrow \qquad y = \overline{\overline{a} + \overline{b}}$$

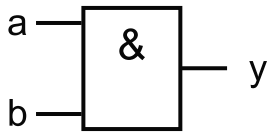
$$y = \overline{a \cdot b} \qquad \Leftrightarrow \qquad y = \overline{a} + \overline{b}$$

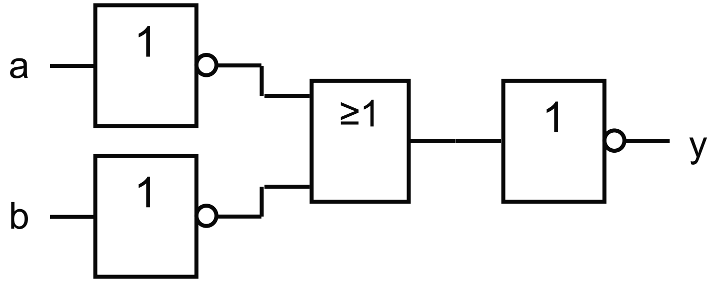
$$y = a + b \qquad \Leftrightarrow \qquad y = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b}}$$

$$y = \overline{a + b} \qquad \Leftrightarrow \qquad y = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

De Morgan

- Een AND-poort is om te zetten in een OR-poort:



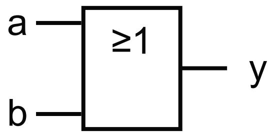


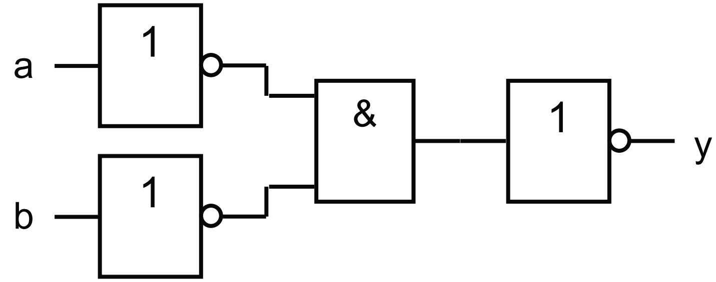
- Functie: $y = a \cdot b = \overline{\overline{a} + \overline{b}}$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

De Morgan

- Een OR-poort is om te zetten in een AND-poort:

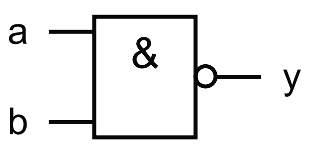




- Functie: $y = a + b = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b}}$

Universele bouwstenen

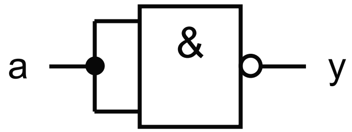
- De NOT-AND of NAND is een universele digitale bouwsteen.
- *Elke* digitale schakeling kan met alleen NANDs worden gemaakt.
- De NOT-OR of NOR is een universele digitale bouwsteen.
- *Elke* digitale schakeling kan met alleen NORs worden gemaakt.
- We bekijken alleen de NAND.



NOT met NAND

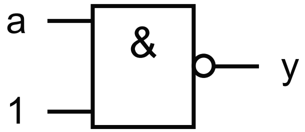
- Een NOT kan op twee manieren worden gebouwd m.b.v. een NAND:

- Ingangen met elkaar verbonden:



$$y = \overline{a \cdot a} = \overline{a}$$

- Eén ingang aan logische 1:

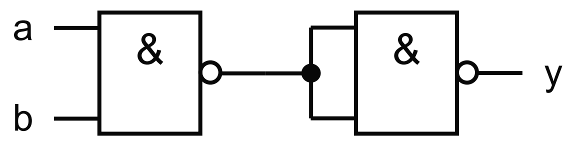


$$y = \overline{a \cdot 1} = \overline{a}$$

AND met NANDs

- Een AND kan met twee NANDs worden gemaakt door één NAND te schakelen als NOT:

NAND geschakeld als NOT

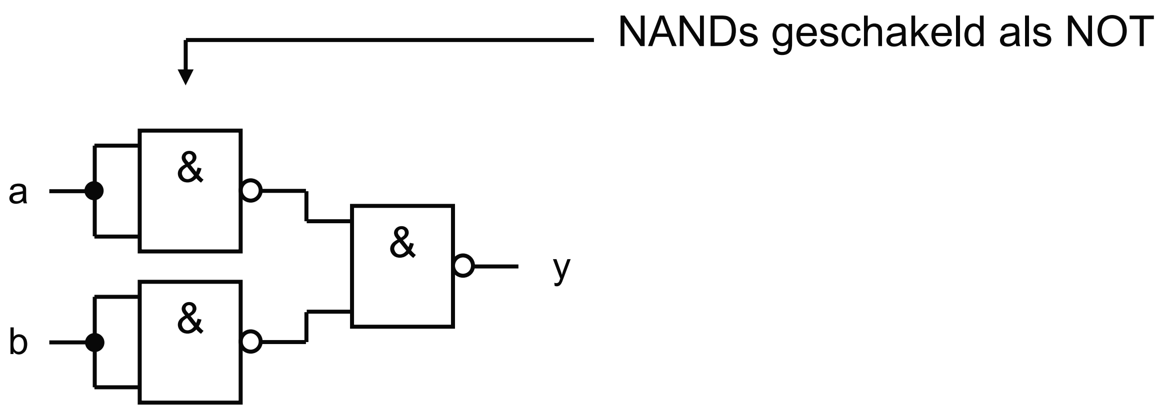


dubbele ontkenning

$$y = \overline{\underbrace{(\overline{a \cdot b}) \cdot (\overline{a \cdot b})}_{\text{samennemen}}} = \overline{(\overline{a \cdot b})} = a \cdot b$$

OR met NANDs

- Een OR kan met drie NANDs worden gemaakt door twee NANDs als NOT te schakelen:



$$y = \overline{(\overline{a \cdot a}) \cdot (\overline{b \cdot b})} = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b}} = a + b$$

samennemen

De Morgan

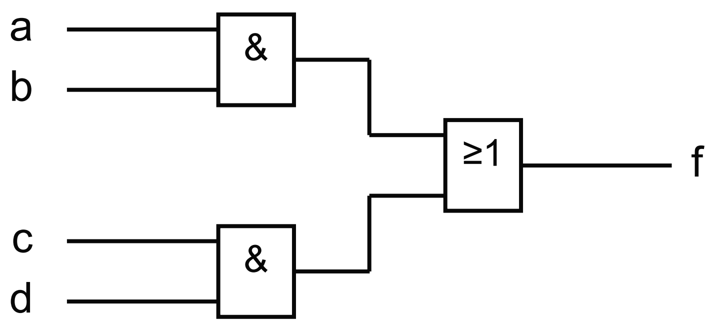
DE HAAGSE HOGESCHOOL

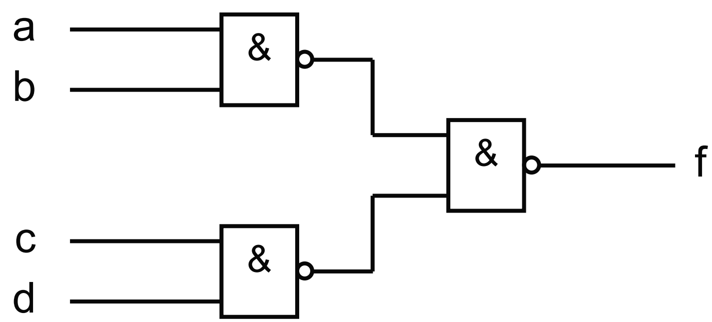
Functie met NANDs

- Elke functie in de vorm van $f = a \cdot b + c \cdot d$ kan worden omgezet naar een functie met alleen NANDs.

- Dus: $f = a \cdot b + c \cdot d \quad \rightarrow \quad f = \overline{\overline{a \cdot b} \cdot \overline{c \cdot d}}$

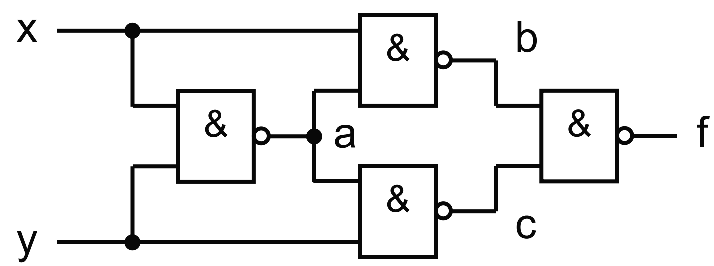
- Dit betekent dat een schakeling bestaande uit AND-OR kan worden omgezet naar een schakeling met alleen NANDs.





Opgaven

- Maak een buffer, NAND en NOR en met behulp van NANDs.
- Gegeven de functie: $y = \overline{a} \cdot b + a \cdot \overline{b}$
  Ontwerp deze functie met alleen NANDs.
- Gegeven onderstaande schakeling. Bepaal f als functie van x en y.



Opgaven

- Gegeven de volgende functie: $y = (a + b) \cdot (c + d)$
  Ontwerp met alleen NORs.

- Gegeven de waarheidstabel:

  Ontwerp de bijbehorende schakeling met alleen NANDs*)

  Ontwerp de bijbehorende schakeling met alleen NORs*)

a	b	y
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

*) Dit mogen ook poorten zijn met meer dan twee ingangen.

Literatuur

- De volgende boeken zijn gebruikt:

  Digitale techniek, van probleemstelling tot realisatie deel 1; A.P. Thijssen; 5^{e} druk.

  Digital Design, Principles and Practices; J.F. Wakery; 3rd Ed.

  Contemporary Logic Design; R.H. Katz; 2nd Ed.

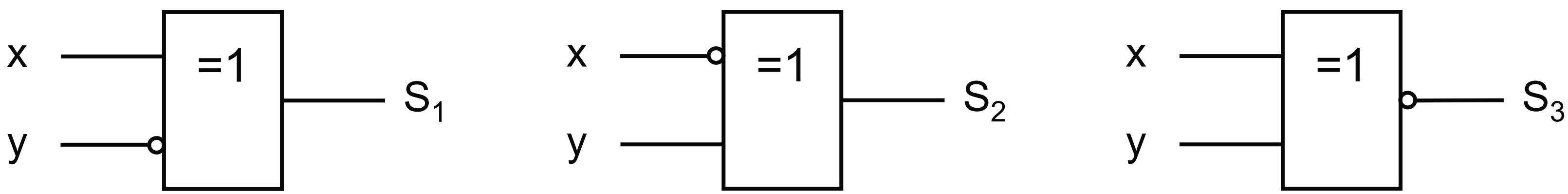
- Dictaat Digitale Techniek, hoofdstuk 1.

EXOR en EXNOR

- Een EXOR met één geinverteerde ingang is identiek aan een EXNOR:

$$S = x \oplus \overline{y} = \overline{x} \oplus y = \overline{x \oplus y}$$

- De onderstaande schakelingen zijn dus logisch identiek:



EXOR en EXNOR

- Het is ook aan te tonen. Er worden drie functies S_1, S_2 en S_3 uitgewerkt die alle dezelfde uitkomst geven.

$$S_1 = x \oplus \overline{y} = x \cdot \overline{\overline{y}} + \overline{x} \cdot \overline{y} = x \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$$

$$S_2 = \overline{x} \oplus y = \overline{x} \cdot \overline{y} + \overline{\overline{x}} \cdot y = \overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot y = x \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$$

$$\begin{aligned} S_3 = \overline{x \oplus y} &= \overline{x \cdot \overline{y} + \overline{x} \cdot y} = \overline{x \cdot \overline{y}} \cdot \overline{\overline{x} \cdot y} = (\overline{x} + y) \cdot (x + \overline{y}) \\ &= \overline{x} \cdot x + \overline{x} \cdot \overline{y} + y \cdot x + y \cdot \overline{y} = 0 + \overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot y + 0 \\ &= x \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y} \end{aligned}$$

DE HAAGSE HOGESCHOOL

Academie voor Technology, Innovation & Society Delft
Academie voor ICT & Media

De Haagse Hogeschool, Delft
+31-15-2606311
J.E.J.opdenBrouw@hhs.nl
www.dehaagsehogeschool.nl