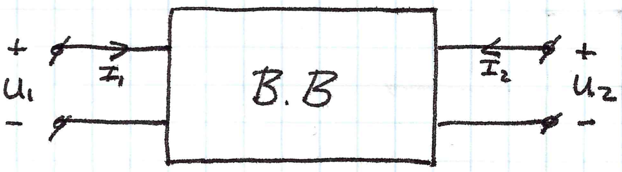
Analoge Systeemtheorie (AST)

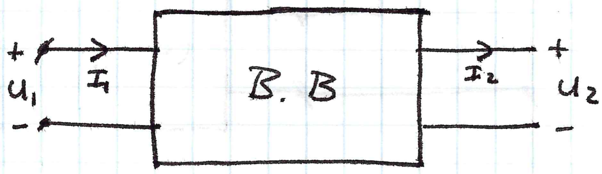
1) Vierpooltheorie – niet-reciproke en actieve bouwstenen
2) Filters – analoge, actieve en passieve
- benaderingsmethoden ⇒ Butterworth
  Chebyshev
  Bessel; Cauer
- realisatie ⇒ ladders
  diverse actieve realisaties
  actieve ladders
- stabiliteit
3) Ruis – bronnen
- karakteristieke parameters
  ⇒ systemen doorrekenen

I Vierpolen (Tweepoorten)

Veronderstelling: De vierpool is <u>lineair</u>



Tekenconventie I



Tekenconventie II

De v.p. is lineair ⇒ dus stelsel van twee lineaire DV's die met Laplace o.d. geschreven worden als klassieke lineaire vergelijkingen. Een stelsel matrixparameters wordt gevormd door de coefficienten in dit stelsel vergl.

NB: ook andere parameters zijn mogelijk

Aantal matrix-parameterstelsels

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\,2!} = 6$$

Opsomming van de stelsels

1) U_1 en U_2 expliciet; Conventie I

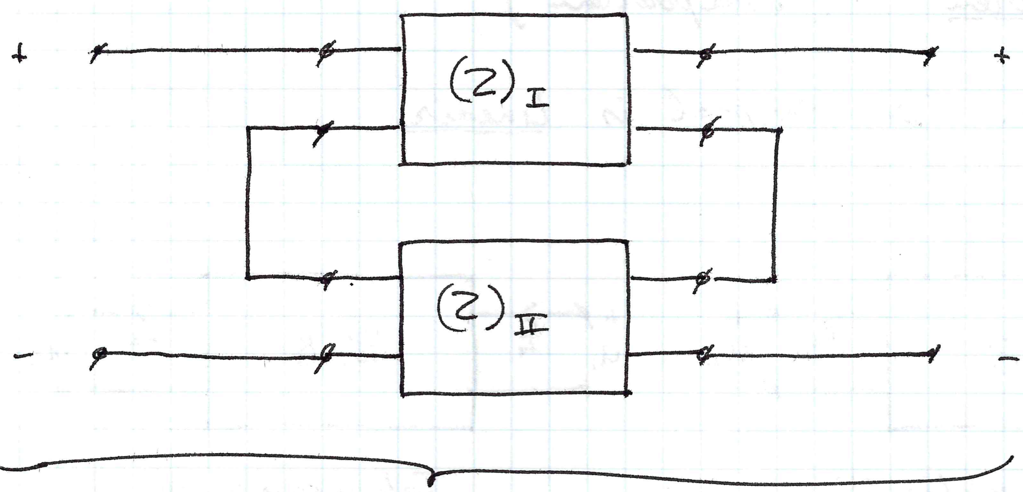
Impedantie-parameters

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_2 + Z_{22} I_2$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}}_{\to \text{ kort } (Z)} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Toepassing: Serieschakeling van vierpolen



$$(Z)_T = (Z)_I + (Z)_{II}$$

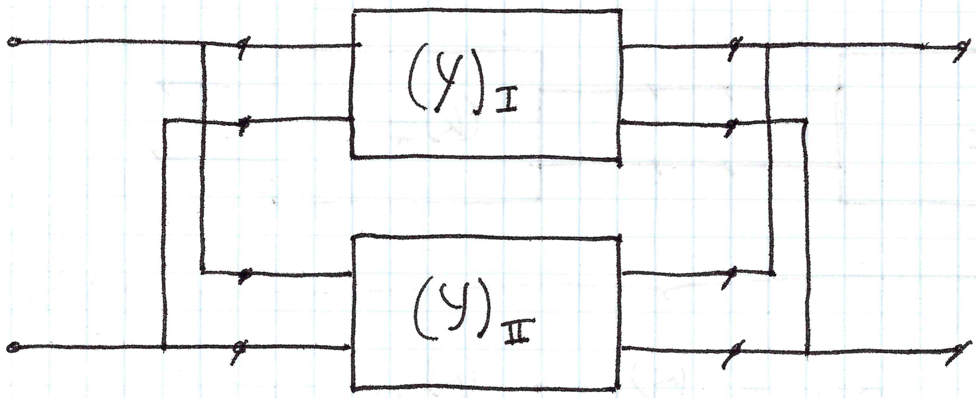
Voor maasvergelijkingen

2) I_1 en I_2 expliciet; Conventie I

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Admittantie-parameters

Toepassing : Parallel schakelen van vierpolen



$$(y)_T = (y)_I + (y)_{II}$$

Voor knooppunt vergelykingen

3) u_1 en I_2 expliciet; Conventie I

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

1 voor 2
daarna
u voor i

hybride parameters

4) I_1 en u_2 expliciet; Conventie I

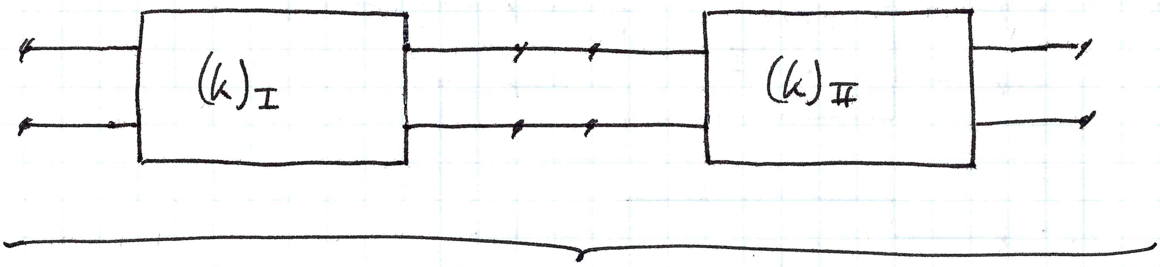
$$\begin{pmatrix} I_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

5) U_1 en I_1 expliciet ; <u>conventie II</u>

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A_1 & B \\ C & A_2 \end{pmatrix}}_{(K)} \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

ketting-parameters (a- abc-parameters)

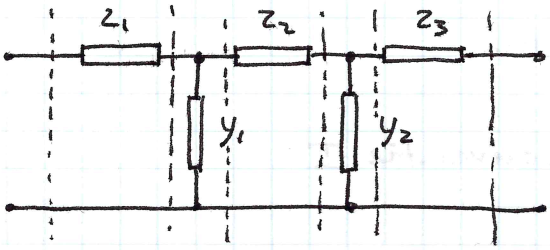
toepassing : cascade-schakelingen



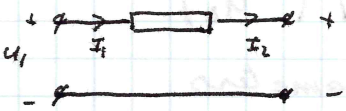
$$(K)_T = (K)_I \cdot (K)_{II}$$

matrix vermenigvuldiging!

Voorbeeld: doorrekenen ladder netwerk.



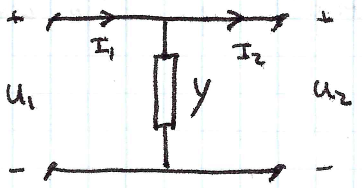
1e Serie-element



$$I_2 = I_1 \qquad\qquad I_1 = I_2$$
$$\Longrightarrow$$
$$U_2 = U_1 - I_1 Z \qquad\qquad U_1 = U_2 + I_2 Z$$

$$(K)_s = \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

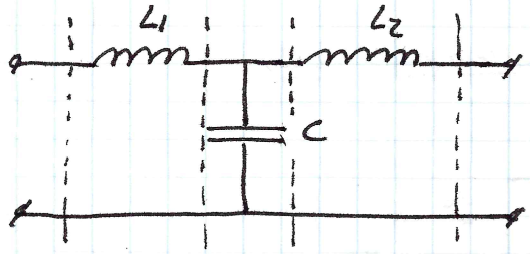
2^e parallel-element



$$U_1 = U_2 \qquad\qquad U_1 = U_2$$
$$I_2 = I_1 - U_1 Y \quad \Longrightarrow \quad I_1 = I_2 + U_2 Y$$

$$(K)_P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{pmatrix}$$

Neem nu het volgende netwerk



3 secties : 2x serieel
1x parallel

$$\underline{(K)_T = (K)_{S,I} \cdot (K)_P \cdot (K)_{S,II}}$$

$$(K)_T = \begin{pmatrix} 1 & pL_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ pC & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & pL_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 + p^2 L_1 C & pL_1 \\ pC & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & pL_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 + p^2 \underline{\underline{L_1}} C & (1+p^2 L_1 C) pL_2 + pL_1 \\ pC & 1 + p^2 \underline{\underline{L_2}} C \end{pmatrix}$$

NB: Als $L_1 = L_2 \Longrightarrow A_1 = A_2$ in $(K)_T$
symmetrie in de vierpool

Onbelast : $A_1 = \dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{1}{H(p)}$

$$\frac{U_1}{I_1} = Z_m = \frac{A_1 U_2}{C\, U_2} = \frac{A_1}{C}$$

Belast:

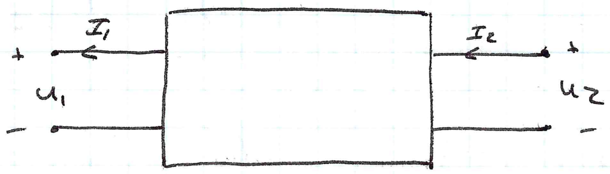
bepaal onbelaste overdracht van filter en die van z:

$$(K)_{T,Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{z} & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_1 \left[(K)_{T,\text{belast}}\right] = \frac{1}{H(p)_{\text{belast}}}$$

$$\frac{A_1}{C}\left[(K)_{T,\text{belast}}\right] = Z_{in,\text{belast}}$$

6) U_2 en I_2 expliciet; conventie III!



Tekenconventie III

b-matrix

$$\begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

Toepassing: omgekeerde transmissierichting in cascade

Relatie van (b) en (k):

(k) - verg:

$$\left.\begin{array}{l} U_1 = A_1 U_2 + B I_2 \\ I_1 = C U_2 + A_1 I_2 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{conv II} \to \text{conv III}]{} \begin{array}{ll} U_1 = A_1 U_2 - B I & (1) \\ -I_1 = C U_2 - A_2 I_2 & (2) \end{array}$$

uit (2): $U_2 = -\frac{1}{C} I_1 + \frac{A_2}{C} I_2$ in

$$U_1 = A_1\left(-\frac{1}{C} I_1 + \frac{A_2}{C} I_2\right) - B I_2$$

$$= -\frac{A_1}{C} I_1 + \frac{A_1 A_2 - BC}{C} I_2$$

$$I_2 = \frac{C}{A_1A_2 - BC}\, U_1 + \frac{}{A_1 A_2 - BC} \cdot I_1$$

$$= \frac{C}{|k|}\, U_1 + \frac{A_1}{|k|}$$

en : $$U_2 = \frac{A_2}{|k|}\, U_1 + \frac{B}{|k|} \cdot I_1$$

Dus :

$$(b) = \frac{1}{|k|} \cdot \begin{pmatrix} A_2 & B \\ C & A_1 \end{pmatrix}$$

Voor symmetrie tussen (b) en (k) geldt nu :

$$|k| = 1 \quad \underline{\text{en}} \quad A_1 = A_2$$

Controle voor onbelaste filter :

$$|k| = 1 + \cancel{p^2L_1C} + \cancel{p^2L_2C} + \cancel{p^4L_1L_2C^2} +$$
$$- (\cancel{p^2L_2C} + \cancel{p^4L_1L_2C^2} + \cancel{p^2L_1C}) \qquad = \underline{\underline{\underline{1}}}$$

Gaan we na voor welke klasse vierpolen geldt: $|k| = 1$

<u>Definitie</u> <u>reciproke</u> <u>netwerken</u> :

Indien op een <u>willekeurige</u> plaats in een netwerk een spanningsbron wordt opgenomen en op een andere <u>willekeurige</u> plaats een stroommeter en verwisseling van bron en meter heeft geen invloed op de uitslag van de meter, dan is het netwerk reciproke.

Reciprociteits theorema:

Elk netwerk dat uitsluitend is opgebouwd uit R, L, C en Trafo is reciproke.

Tellegen bedacht een 5^e passief elementair netwerkelement, de gyrator. Met R, L, C, Trafo en Gy zijn alle denkbaar passieve netwerkfuncties te realiseren

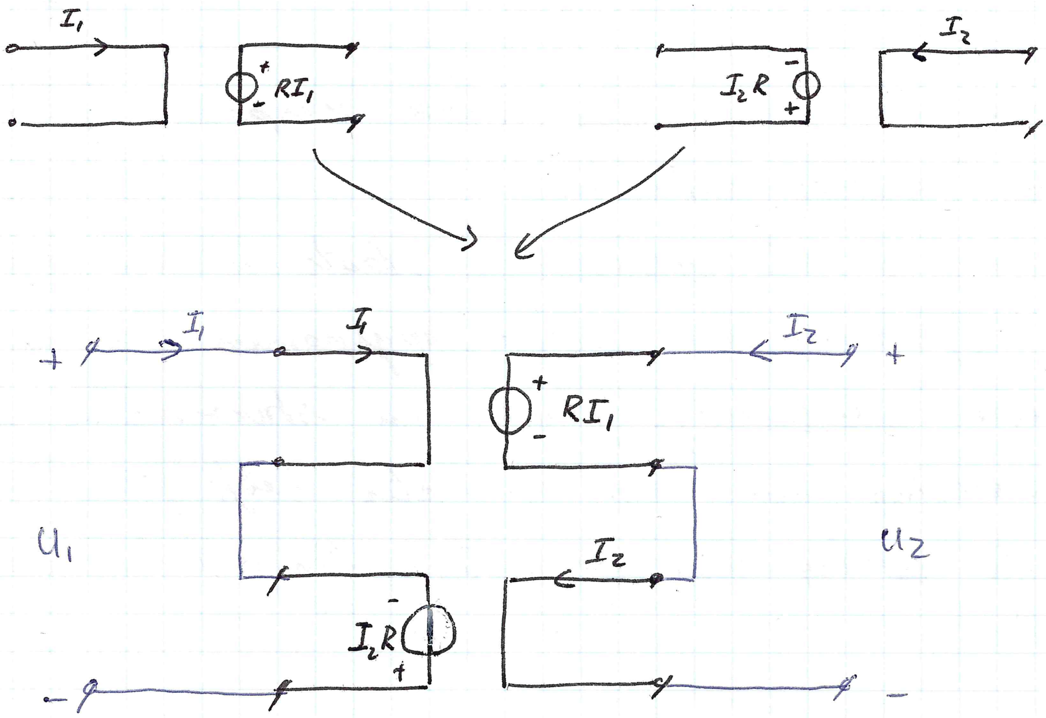
Voor de gyrator geldt:

$$(z)_{gy} = \begin{pmatrix} 0 & -R \\ R & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ R & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -R \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$u_1 = 0$ | $u_1 = -RI_2$
$u_2 = R \cdot I_1$ | $u_2 = 0$

dit is een gestuurde bron: C.C.V.S | dit is ook een gestuurde bron: C.C.V.S.



Bepaal $(k)_{gy}$:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= -R I_2 \\ U_2 &= R I_1 \end{aligned}\right\} \xrightarrow[\text{conv I} \to \text{conv II}]{} \left.\begin{aligned} U_1 &= R I_2 \\ U_2 &= R I_1 \end{aligned}\right\} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \begin{aligned} U_1 &= R I_2 \\ I_1 &= \frac{1}{R} U_2 \end{aligned} \rightarrow \text{Dus } (k)_{gy} = \begin{pmatrix} 0 & R \\ \frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix}$$

$$|k|_{gy} = -1 \rightarrow \text{Dus niet symmetrisch hoewel } A_1 = A_2$$

<u>Is de gyrator passief?</u>

Vierpool is passief als onder alle denkbare omstandigheden de som van de opgenomen vermogens aan beide poorten ≥ 0 is

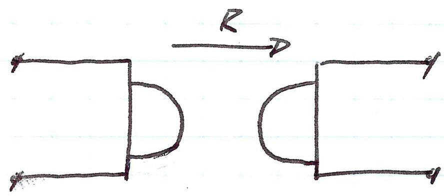
<u>Hier</u>:

$$P_{op,\,tot} = U_1 I_1 - U_2 I_2 \quad (\text{conv. II})$$

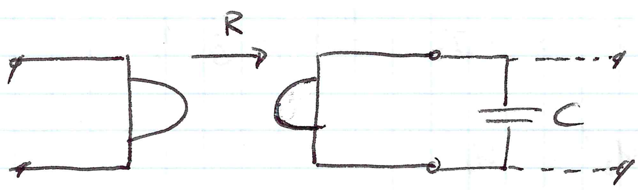
$$= R I_2 \cdot \frac{1}{R} U_2 - U_2 I_2 = 0$$

Dus: de gyrator is passief

Symbool:



Toepassing:



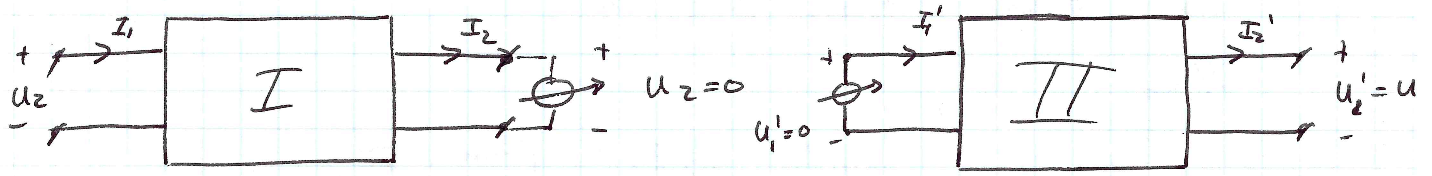
$$(k) = \begin{pmatrix} 0 & R \\ 1/R & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ PC & 1 \end{pmatrix}$$

$$(k) = \begin{pmatrix} PRC & R \\ \frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix}$$

$$Z_{in} = \frac{A_1}{C} = \frac{PRC}{\frac{1}{R}} = pR^2C$$

Dit is zelfinductie te grootte R^2C. Hiermee zijn actieve ladders te realiseren

Bezien we nu eerst reciprociteit van den vierpool.



Uit $U_2' = U_1$ volgt: $I_2 = -I_1'$

$$\text{I} \quad U_1 = A_1 \cdot \underbrace{0}_{u_2=0} + B I_2 = B I_1 \quad (1)$$

$$I_1 = C \cdot 0 \quad A_2 I_2 = A_2 I_2 \quad (2)$$

$$\text{II} \quad 0 = A_1 U_2' + B I_2' \quad (3)$$

$$I_1 = C\, U_2' + A_2 I_2' \quad (4)$$

Uit (3) volgt $\quad I_2' = -\frac{A_1}{B} \cdot U_2' = -\frac{A_1}{B} \cdot U_1$

$$I_1' = -I_2 \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{B} U_1$$

$$U_2' = U_1$$

Deze verg. in (4) invullen

$$-\frac{1}{B} = C + A_2\left(\frac{-A_1}{B}\right)$$

$$-1 = BC - A_1 A_2$$

$$A_1 A_2 - BC = (k) = \underline{\underline{1}}$$

Bewijs <u>niet</u> geldig als $B = 0$

Uit duale vorm volgt zelfde resultaat, behalve voor $C = 0$.

Conclusie :

Reciprociteit $\Longleftrightarrow$ $(k) = 1$ behalve voor $b = c = 0$

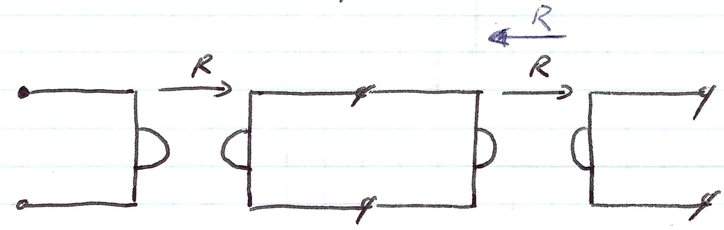
Voor een reciproke vierpool zijn dus slechts 3 params nodig.

Symmetrie : $(k) = 1$ <u>en</u> $A_1 = A_2$ is dus een byzonder geval van reciprociteit; hiervoor slechts <u>2</u> params nodig.

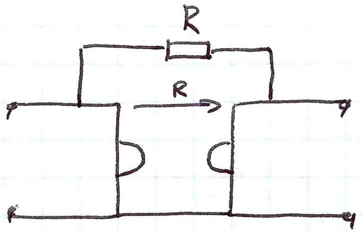
Bekend : $(K)_{gy} = -1$ ← De gyrator is <u>niet</u> reciproke, maar wél passief!

Onderzoek de vierpolen :

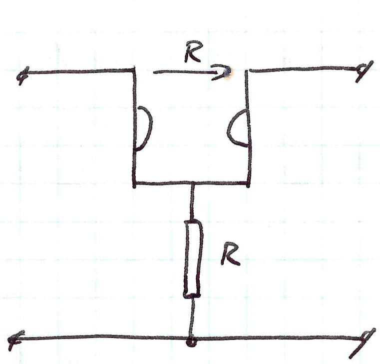
a)



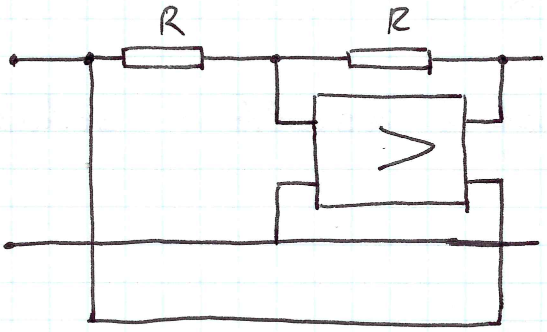
b)



c)

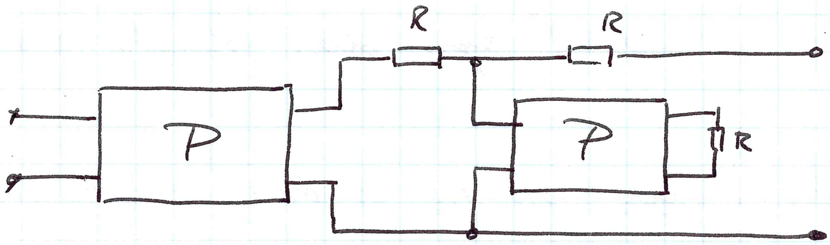


2)

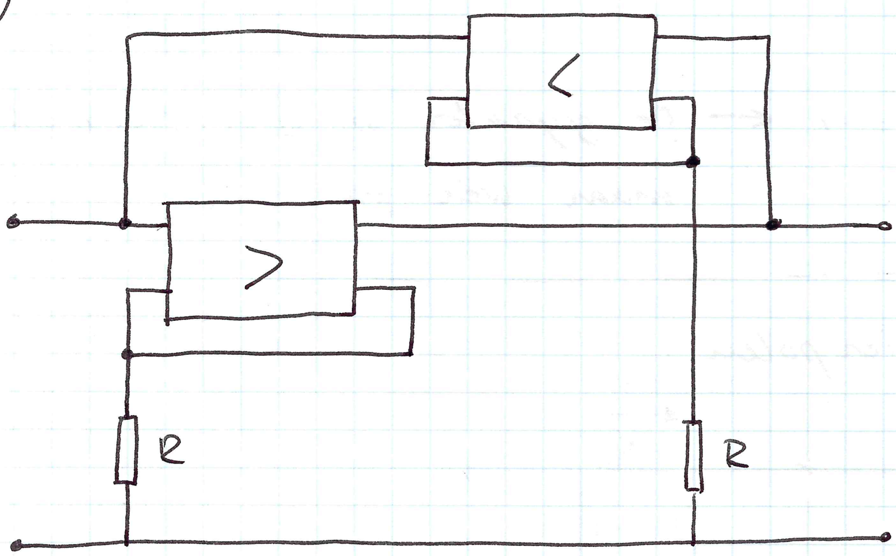


Onderzoek! Noem deze vierpool p.

Onderzoek ook:



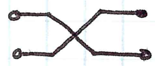
3)

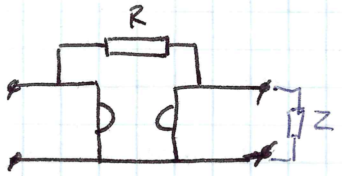


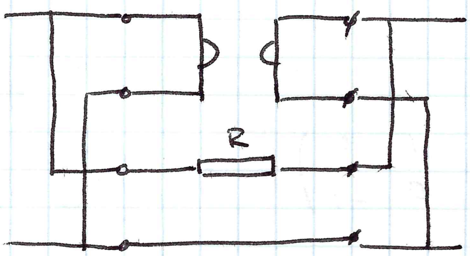
1)

aa) : 

a b) : $h = \begin{pmatrix} 0 & R \\ \frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow (b) = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} 0 & R \\ \frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix} \quad (K)_t = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ 

b 



$(y)_g = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{R} \\ -\frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix}$

$(y)_{se} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R} & -\frac{1}{R} \\ -\frac{1}{R} & \frac{1}{R} \end{pmatrix}$ $\qquad (y)_t = (y)_g + (y)_{se} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ -\frac{2}{R} & \frac{1}{R} \end{pmatrix}$

$I_1 = \frac{1}{R} U_1 \qquad \underset{\text{conv veranderen}}{\underset{\uparrow}{-I_2}} = -\frac{2}{R} U_1 + \frac{1}{R} U_2$

$\left.\begin{aligned} U_1 &= \tfrac{1}{2} U_2 + \tfrac{R}{2} I_2 \\ I_1 &= \tfrac{1}{2R} U_2 + \tfrac{1}{2} I_2 \end{aligned}\right) \rightarrow (K)\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{R}{2} \\ \frac{1}{2R} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow |K| = \underline{\underline{0}}$ niet reciproke

dus (b) bestaat niet

Belasten met $\boxed{Z}$:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{R}{2} \\ \frac{1}{2R} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{R}{2Z} & \frac{R}{2} \\ \frac{1}{2R} + \frac{1}{2Z} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

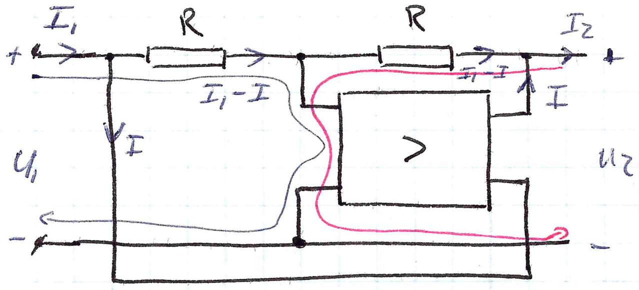
$$Z_{in} = \frac{A_1}{C} = R$$

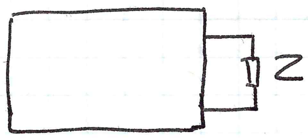
$$P_{op,prim} = U_1 I_1 = U_1 \cdot \frac{U_1}{R} = \frac{U_1^2}{R} > 0$$

<u>isolator</u>

alleen vermogens-transport mogelijk van primair naar secundair

2a)





$$I_2 = I_1$$

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = (I_1 - I)\,R \\ u_2 = -(I_1 - I)\,R \end{array}\right\} \; u_1 = -u_2$$

$$(K) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$|K| = -1$, maar $\underline{b = c = 0}$

dus geen uitsluitsel over rec.

$$(b) = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\underline{\underline{(b) = (K)}}$ $\rightarrow$ de vierpool is reciprook en symmetrisch.

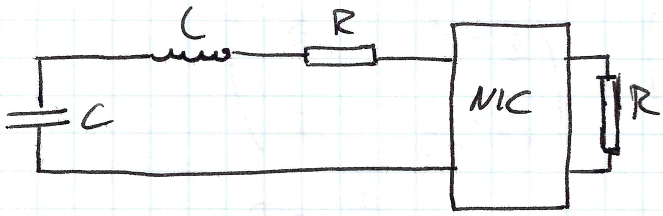
Zin, belast bepalen:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow Z_{in} = \frac{-1}{\frac{1}{Z}} = \underline{\underline{-Z}}$$

neem $Z = R_L$ $\rightarrow$ $Z_{in} = -R_L$ $\Rightarrow$ bron; actief netwerk

Dit is een <u>N</u>egatieve <u>I</u>mpedantie <u>C</u>onvertor (NIC)

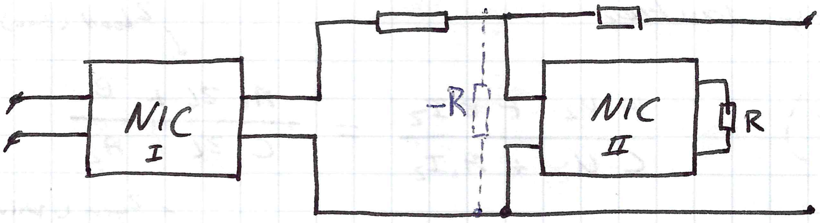
Toepassing



Stel: neem $Z = j\omega L$ $\rightarrow$ $Z_{in} = -j\omega L = \dfrac{1}{j\omega \frac{1}{L\omega^2}}$

negatieve zelfinductie (capacitief)

2b)

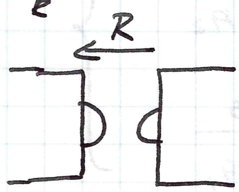


NIC II kan vervangen worden door de blauwe R

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{R} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

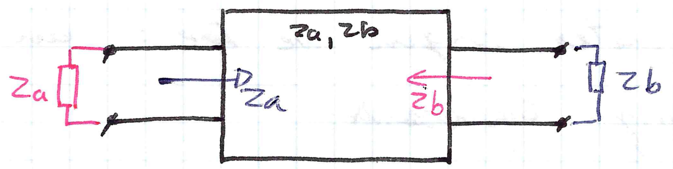
$$\begin{pmatrix} -1 & -R \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & R \\ -\frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -R \\ -\frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

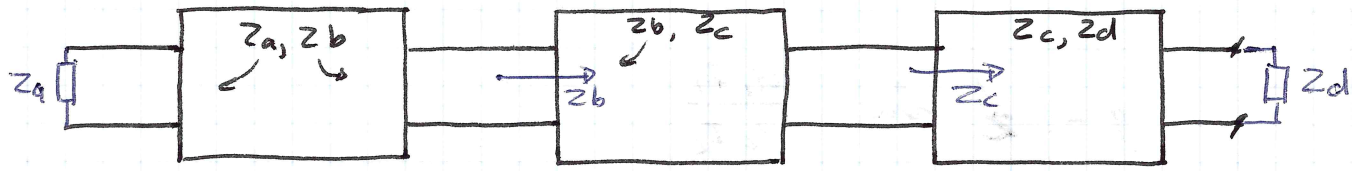


Spiegelbeeld parameters

Vierpolen in de spiegelbeedcascade; hierin is elke vierpool primair en secundair afgesloten met zijn spiegebeeld-impedanties, Z_a en Z_b.



cascade :



Bepaling spiegelbeeldimpedanties

Z_{load} (sec)

$$Z_{in} = \frac{U_1}{I_1} \ (\text{conv II}) = \frac{A_1 U_2 + B I_2}{C U_2 + A_2 I_2} = \frac{A_1 Z_L + B}{C Z_L + A_2}$$

Z_{gen} (prim)

$$Z_{uit} = \frac{U_2}{I_2} \ (\text{conv III}) = \frac{A_2 U_1 + B I_1}{C U_1 + A_1 I_1} = \frac{A_2 Z_g + B}{C Z_g + A_1}$$

Definitie toepassen:

$$\left.\begin{aligned} Z_a &= \frac{A_1 Z_b + B}{C Z_b + A_2} \\ Z_b &= \frac{A_2 Z_a + B}{C Z_a + A_1} \end{aligned}\right\} \quad \text{Hieruit } Z_a \text{ en } Z_b \text{ op te lossen}$$

Res:
$$Z_a = \sqrt{\frac{A_1 B}{A_2 C}}$$

$$Z_b = \sqrt{\frac{A_2 B}{A_1 C}}$$

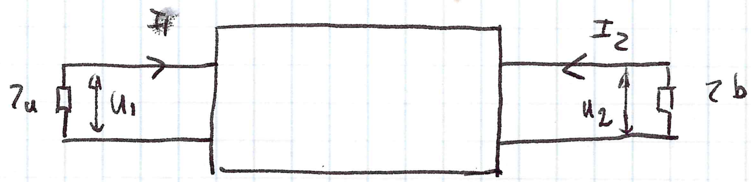
Bij de symmetrische vierpool $\rightarrow$ $Z_a = Z_b = \underline{\underline{Z_0}}$, kar imp

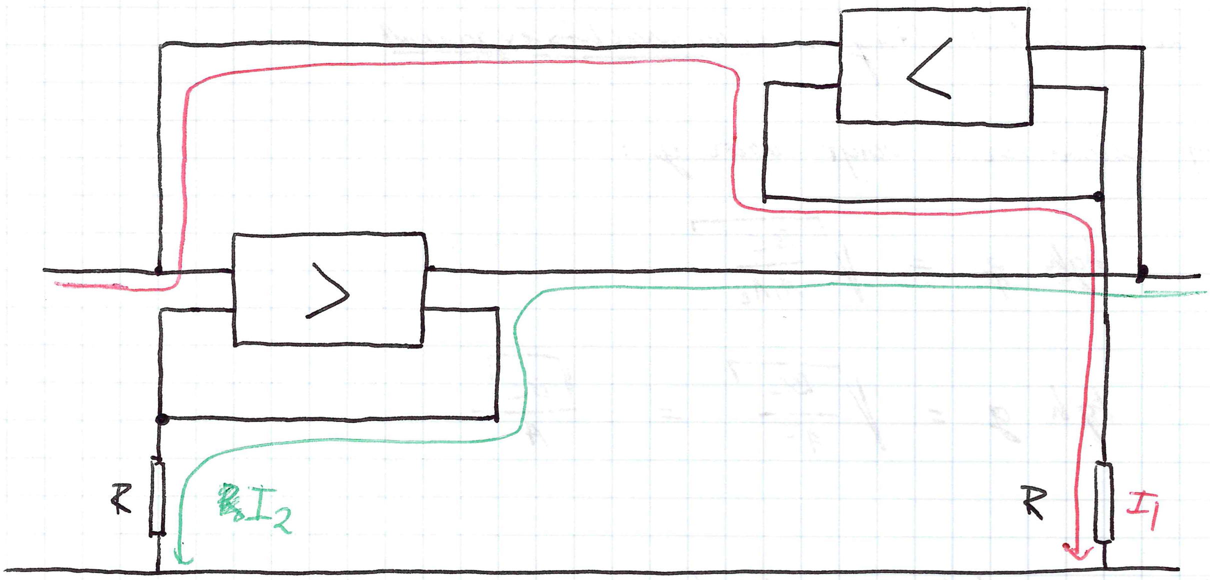
met $Z_0 = \sqrt{\frac{B}{C}}$

Als aanvullende parameter voegen we toe: een overdracht bij correcte afsluiting. ~~Overdracht~~

3e parameter is een overdracht bij spiegelbeeldafsluiting

$$g = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}$$





$$\left.\begin{aligned} u_1 &= RI_2 \\ u_2 &= RI_1 \end{aligned}\right\} \quad (k)_{gy} = \begin{pmatrix} 0 & -R \\ \frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix}$$

belasten :
$$\begin{pmatrix} 0 & -R \\ \frac{1}{R} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{z} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R}{z} & - \\ \frac{1}{R} & - \end{pmatrix}$$

$$z_{in} = \frac{-\frac{R}{z}}{\frac{1}{R}} = -R^2 y$$

neem $z = R_L \rightarrow z_{in} = -\frac{R^2}{R_L} \rightarrow$ negatieve R (actief netwerk)

Negatieve Impedantie Inverter (NII)

Indien de vierpool symmetrisch is :

$$g = \frac{1}{2} \ln \frac{u_1}{u_2} \cdot \frac{u_1/z_a}{u_2/z_b} = \ln \frac{u_1}{u_2} + \frac{1}{2} \ln \frac{z_b}{z_a}$$

indien $z_b = z_a$: $g = \ln \frac{u_1}{u_2}$

opm: keuze van g maakt deze parameter onafhankelijk van de zendrichting. Overdrachtsexponent

Na enig rekenwerk volgt voor g:

$$tgh\ g = \sqrt{\frac{BC}{A_1 A_2}}$$

Sym Vierpool: $tgh\ g = \sqrt{\frac{BC}{A^2}} = \frac{\sqrt{BC}}{A}$

Bovendien volgt voor de k-matrix:

$$(k) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{Z_a}{Z_b}} \cosh g & \sqrt{Z_a Z_b} \sinh g \\ \frac{1}{\sqrt{Z_a Z_b}} \sinh g & \sqrt{\frac{Z_b}{Z_a}} \cosh g \end{pmatrix}$$

symmetrisch ($Z_a = Z_b = Z_0$)

$$(k) = \begin{pmatrix} \cosh g & Z_0 \sinh g \\ \frac{1}{Z_0} \sinh g & \cosh g \end{pmatrix}$$

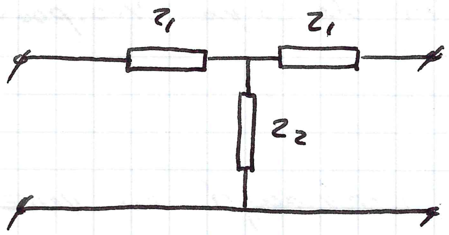
met $|k| = 1$

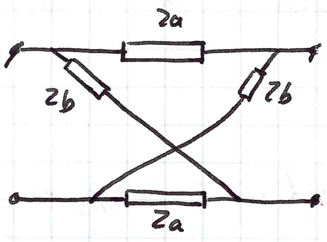
Opgave: Ga na dat voor de symmetrische vierpool geldt dat: $Z_0 = \sqrt{Z_k . Z_n}$

Z_k = kortsluitimp.

Z_n = nullastimp.

en $tgh\ g = \sqrt{\frac{Z_k}{Z_n}}$

2) 



~~Ga na~~

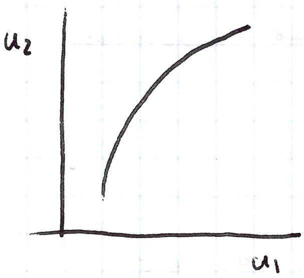
Bepaal Z_1 en Z_2 bij gegeven Za en Zb zodat ① en ② equivalent zijn en omgekeerd.
Zijn de equivalenten ook altijd te realiseren met R, L, C en Tr

---

Vervorming in vierpolen

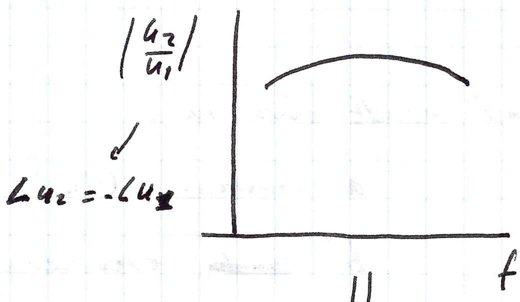
niet - Lin vervorming

niet - Lin vp
enkelv. harmonisch



Lin - vervorming

Lin-en niet Lin- vp
samengesteld. (bblije ofzo)



⇓

amplitude vervorming
phase of looptijd vervorming

We bezien nu lin vervorming in de sym vierpool wat nader:

Onvervormd wil zeggen <u>alleen</u> vertraagd en verzwakt.

$$u(t) \longrightarrow k \cdot u(t-\tau) \qquad (k \text{ en } \tau \text{ freq. onafh. const.})$$

in frequentie domein

$$\overline{U}(j\omega) \longrightarrow k \; \overline{U}(j\omega) \cdot e^{-j\omega\tau}$$

$$\text{overdracht} = k \cdot e^{-j\omega\tau} = \frac{U_2}{U_1}$$

$$g = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{1}{k} \cdot e^{j\omega\tau}$$

$$= \ln \frac{1}{k} + j\omega\tau$$

We schrijven : $g = a + jb$ a = dempingsexponent

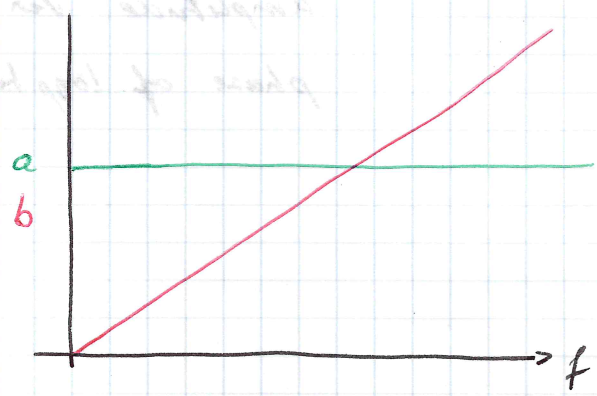
b = fase exponent

Onvervormd houdt dus in :

a constant $(1/k)$

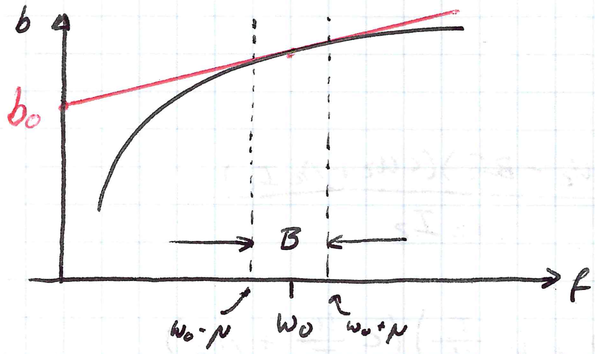
b ~~const.~~ evenredig met $\omega \rightarrow \omega\tau$

$\tau = \frac{b}{\omega}$ de fase looptijd t_f → constant



Nu kijken we naar een relatief smalbandig signaal op de vierpool met looptijdvervorming.

Stel $a = 0$



Nemen we aan: binnen de band mag fasekarakteristiek benaderd worden door raaklijn in w_0

fase-karakteristiek : $b_0 + \left[\frac{d\,b(w)}{dw}\right]_{w_0} \cdot w$

kiezen we nu een AM-signaal :

$$u_1 = u\,(1 + m.\cos \mu t)\cos w_0 t$$

$$u_1 = u \cos w_0 t + \frac{um}{2}\cos (w_0+\mu)t + \frac{um}{2}\cos(w_0-\mu)t$$

Nu uitgang:

$$u_2 = u \cos\left(w_0 t - b_0 - \left[\frac{d\,b(w)}{dw}\right]_{w_0} \cdot w_0\right)$$
$$+ \frac{um}{2}\cos\left\{(w_0+\mu)t - b_0 - \left[\frac{d\,b(w)}{dw}\right]_{w_0}(w_0+\mu)\right\}$$
$$+ \frac{um}{2}\cos\left\{(w_0-\mu)t - b_0 - \left[\frac{d\,b(w)}{dw}\right]_{w}(w_0-\mu)\right\}$$

$\frac{d\,b(w)}{dw} \Rightarrow \tau$

$$u_2 = u\cos\left\{w_0\left(t - \frac{b_0}{w_0} - \tau\right)\right\}$$
$$+ um \,.\cos\left\{w_0\left(t - \frac{b_0}{w_0} - \tau\right)\right\}.$$
$$.\cos\left\{\mu(t-\tau)\right\}$$

$$u_2 = u\left[1 + m\cos\mu(t-\tau)\right]\cos w_0\left(t - \frac{b_0}{w_0} - \tau\right)$$

Draaggolf vertraagd over $\frac{b_0}{w_0} + \tau$

vertraagd over τ

$$tgh\, g = \sqrt{\frac{BC}{A_1A_2}}$$

$$g = \frac{1}{2}\ln \frac{U_1I_1}{U_2I_2} = \frac{1}{2}\ln \frac{(A_1U_2 + BI_2)(CU_2 + A_2I_2)}{U_2I_2}$$

$$= \frac{1}{2}\ln \left(A_1 + B\frac{I_2}{U_2}\right)\left(C\frac{U_2}{I_2} + A_2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\ln \left(A_1 + B\sqrt{\frac{A_1C}{A_2B}}\right)\left(C\sqrt{\frac{A_2B}{A_1C}} + A_2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\ln \left(A_1A_2 + BC + 2\sqrt{A_1A_2CB}\right)$$

$$= \ln\left(\sqrt{A_1A_2} + \sqrt{BC}\right)$$

$$e^g = \sqrt{A_1A_2} + \sqrt{BC}$$

$$e^{2g} - 2e^g\sqrt{A_1A_2} + A_1A_2 = BC$$

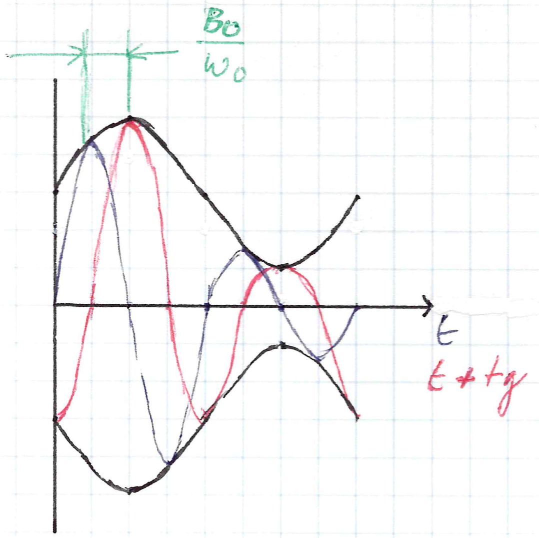
$$e^{2g} - 2e^g\sqrt{A_1A_2} + 1 = 0$$

$$\sqrt{A_1A_2} = \frac{e^{2g}+1}{2e^g} = \frac{e^g + e^{-g}}{2} = \cosh g.$$

evenzo $\sqrt{BC} = \sinh g$

dus $\tanh g = \frac{\sinh g}{\cosh g} = \sqrt{\frac{BC}{A_1A_2}}$

Illustratie



We constateren inderdaad vervorming; detectie van l.f - signaal met standaard middelen blijft echter mogelijk (als $w_0 \ggg \mu$).
De kwaliteit van de transmissie wordt dus bepaald door de ~~lineairiteit~~ van de fasekarakteristieken in de band, of wel de constandheid van t_g
Opm; deze beschouwing geldt ook voor Fm en Pm